

# Il tempo relativo della fisica moderna

Roberto Auzzi

Università Cattolica del Sacro Cuore, Brescia  
Dipartimento di Matematica e Fisica Niccolò Tartaglia



UNIVERSITÀ  
CATTOLICA  
del Sacro Cuore  
sede di Brescia

## Il tempo assoluto di Newton



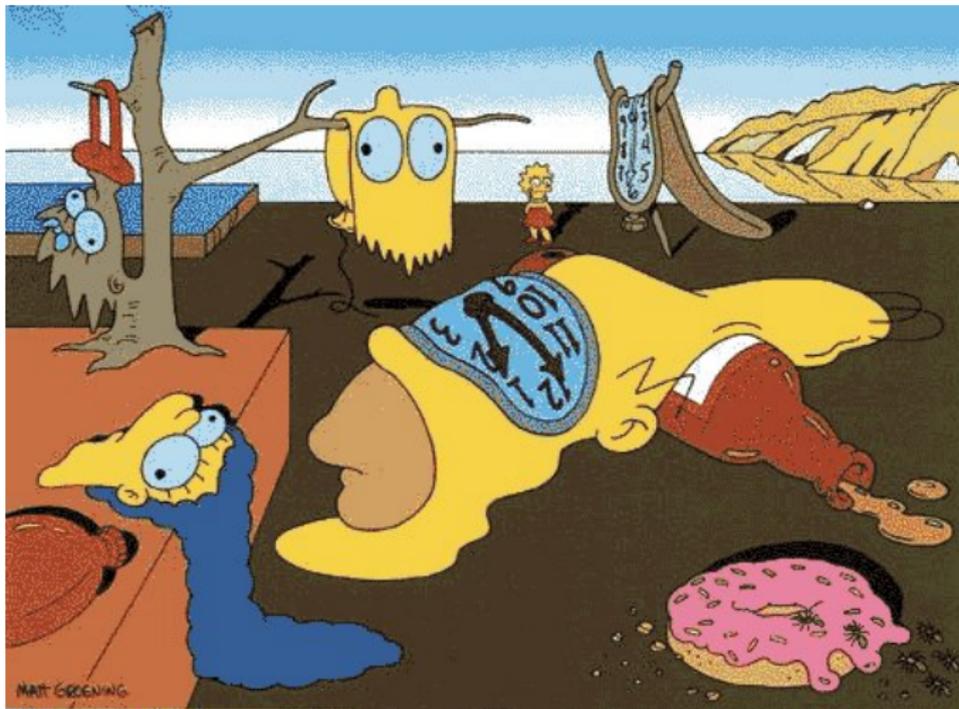
*"Il tempo assoluto, vero, matematico, in sé e per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, scorre uniformemente, e con altro nome è chiamato durata*

*[...] Tutti i movimenti possono essere accelerati o ritardati, ma il flusso del tempo assoluto non può essere mutato. Identica è la durata o la persistenza delle cose, sia che i moti vengano accelerati, sia che vengano ritardati, sia che vengano annullati..."*

**Philosophiae Naturalis Principia Mathematica**

## La persistenza della memoria





# Newton vs Einstein

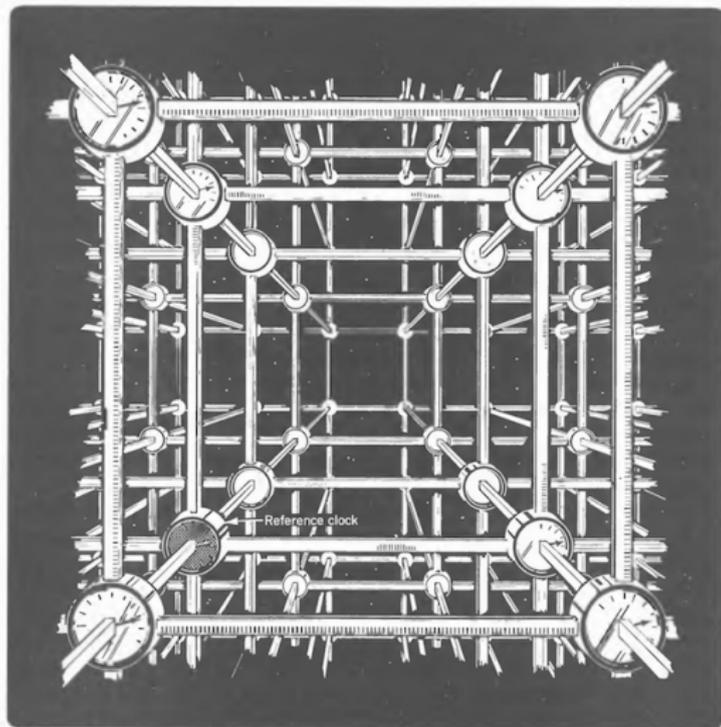


Per apprezzare il fenomeno si deve muoversi veloci!

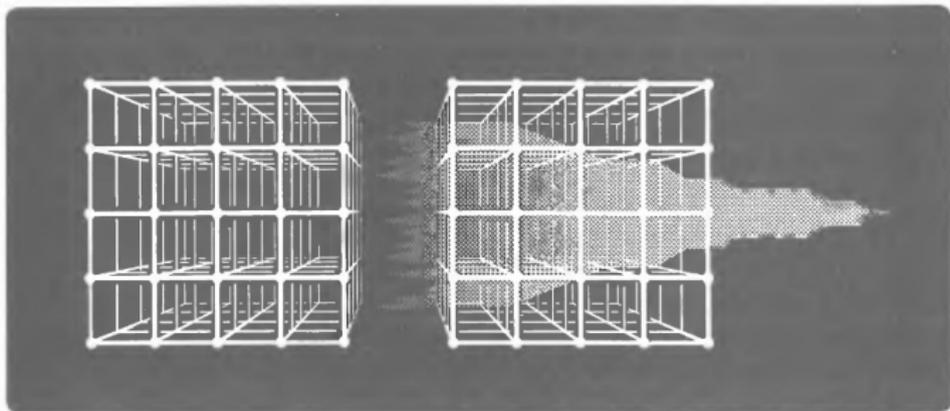
$$c = 299792458 \frac{m}{s} \approx 3 \times 10^8 \frac{m}{s},$$

# Farfalle, navigli & principio di relatività

# Sistemi di riferimento



## Sistemi di riferimento in moto relativo



## Da un sistema di riferimento all'altro

In fisica Newtoniana si può passare da un sistema di riferimento inerziale all'altro usando:

$$t' = t, \quad x' = x - vt$$

### **Trasformazioni di Galileo**

Sono basate sulla concezione di un tempo assoluto

Tutti gli osservatori concordano sulla durata temporale di un fenomeno

## Le farfalle volano indifferentemente in ciascuna direzione

*Rinserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti: siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vada versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca che sia posto a basso; e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia mentre il vascello sta fermo non debbano succedere così: fate muovere la nave con quanta si voglia velocità; che (pur di moto uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti; né da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina, o pure sta ferma.*

**Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo**

## Principio di relatività



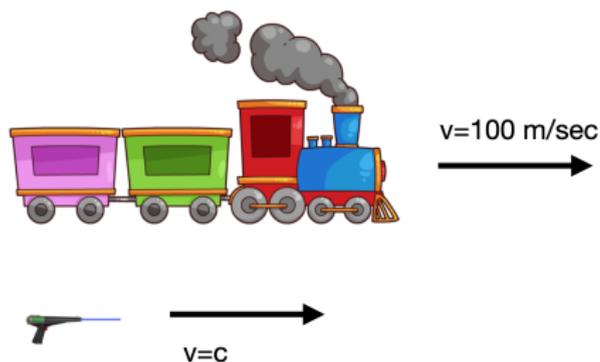
Tutte le leggi fisiche sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali

**Valido sia in fisica Newtoniana che in relatività !!**

# Treni & raggi laser: rincorrendo un raggio di luce

## Rincorrendo la luce

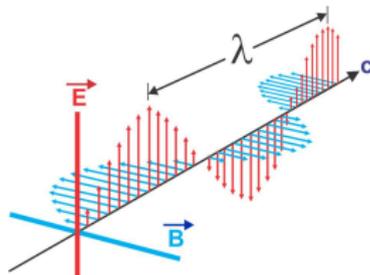
**Principio di universalità della velocità della luce:** la cui velocità della luce nel vuoto è la stessa per tutti gli osservatori in tutti i sistemi inerziali.



**Newton:** Assumiamo che il treno vada a velocità  $v$ , la velocità del raggio di luce nel sistema del treno è  $c - v$

**Einstein:** NO !!!! Altrimenti si violerebbe il principio che la velocità della luce è universale

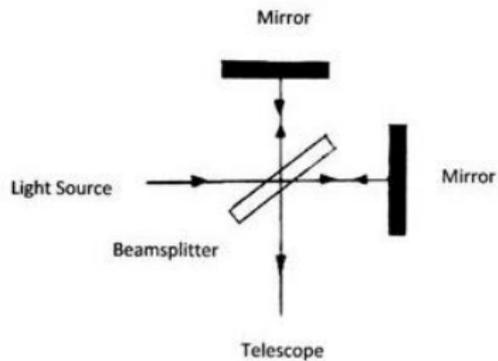
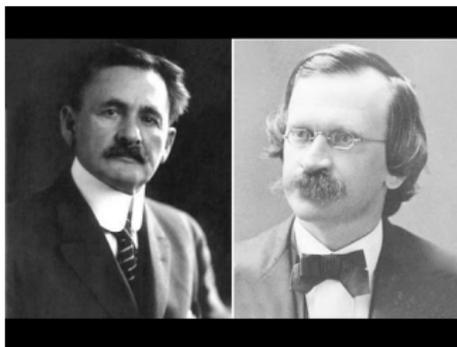
# James Clerk Maxwell



$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

In che sistema di riferimento ?

# Etere

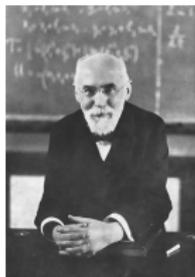


Michelson-Morley, 1887

# Elettromagnetismo e relatività

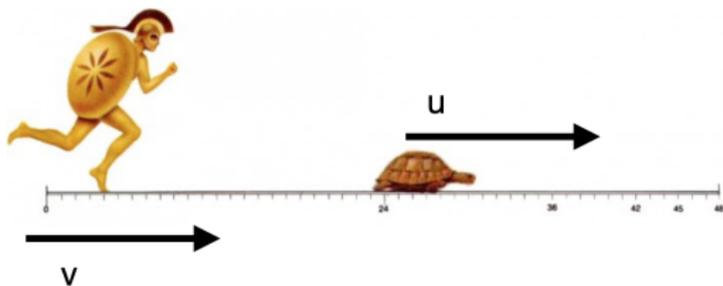
In relatività non dobbiamo chiederci in che sistema di rif sono vere le eq. di Maxwell:

**SONO VERE IN TUTTI I SISTEMI INERZIALI !**



Hendrik Lorentz

## Come comporre le velocità



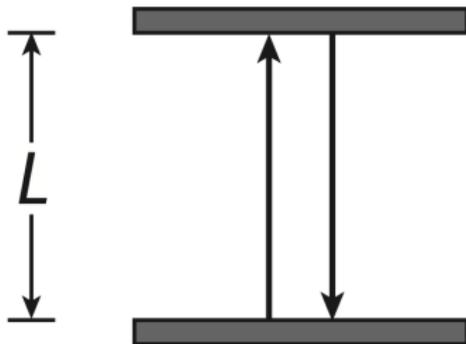
Velocità di Achille nel sistema di riferimento della tartaruga:

$$v' = \frac{v - u}{1 - uv/c^2}$$

- Se  $v = c$ , anche  $v' = c$
- Se  $v, u \ll c$ ,  $v' \approx v - u$  (limite Newtoniano)

# L'orologio di Einstein

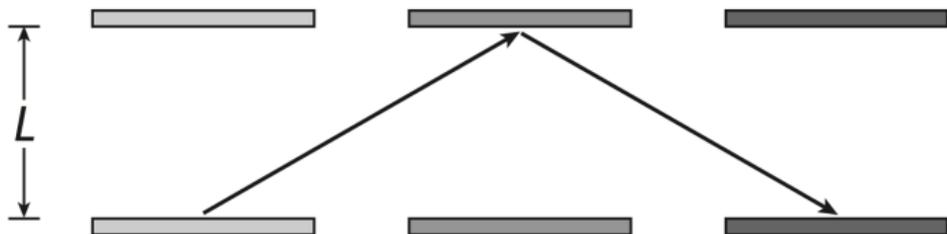
## L'orologio di Einstein



Nel sistema di rif. dell'orologio: 1 Tic orologio ogni

$$\Delta t = \frac{2L}{c}$$

## L'orologio in moto: dilatazione dei tempi



Nels sistema del lab:  $c\Delta t' = 2\sqrt{L^2 + \left(\frac{u\Delta t'}{2}\right)^2}$

$$\Delta t' = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \Delta t \gamma$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

## Un teorema di Pitagora per lo spazio e il tempo: l'intervallo

- Nel sistema  $S'$ :

$$c\Delta t' = 2\sqrt{L^2 + \left(\frac{u\Delta t'}{2}\right)^2}, \quad \Delta x' = u\Delta t'$$

$$\rightarrow c^2(\Delta t')^2 = 4L^2 + (\Delta x')^2$$

- Nel sistema  $S$ :

$$\Delta x = 0, \quad \Delta t = \frac{2L}{c}$$

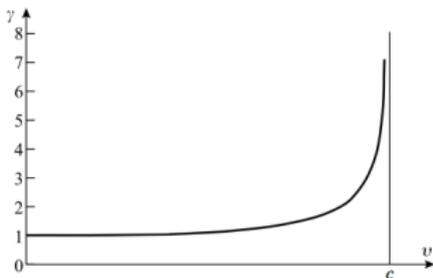
Intervallo:

$$I = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = c^2(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2$$

## Trasformazioni di Lorentz

$$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right), \quad x' = \gamma(x - vt)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



Per  $v \ll c$ , trasformazioni di Galileo:

$$t' = t, \quad x' = x - vt$$

# Spaziotempo



"D'ora in poi lo spazio di per se stesso e il tempo di per se stesso sono condannati a svanire in pure ombre, e solo una specie di unione tra i due concetti conserverà una realtà indipendente" -  
Hermann Minkowski, 1908

# Una storia di gemelli

## Dilatazione dei tempi

$t \rightarrow$  tempo segnato da un sistema di orologi solidale con un sistema inerziale

$\tau \rightarrow$  tempo segnato da un orologio in moto con velocità  $v$

$$\Delta t = \gamma \Delta \tau, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

## Due gemelli con età diverse



Per Luke passano  $\frac{3}{0.6}2 = 10$  anni

Per Leila passano  $\frac{10}{\gamma} = \frac{10}{1.25} = 8$  anni

## Due gemelli con età diverse

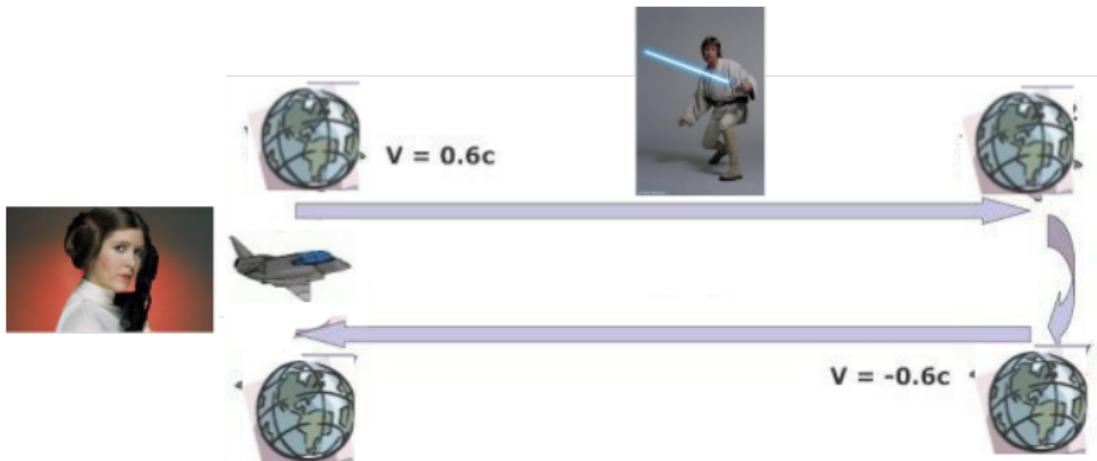


Per Luke passano  $\frac{3}{0.6}2 = 10$  anni

Per Leila passano  $\frac{10}{\gamma} = \frac{10}{1.25} = 8$  anni

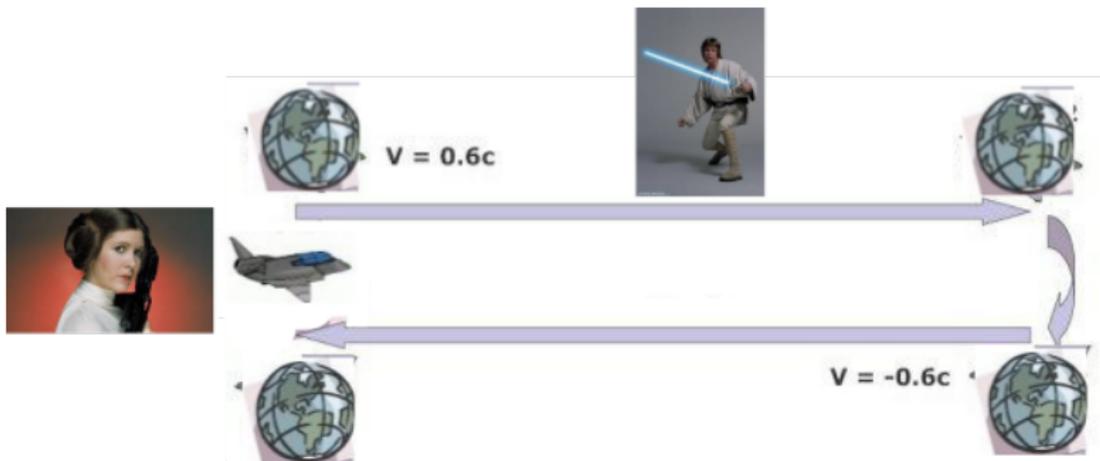
**[Disclaimer: ancora non è un paradosso !  
paradosso  $\neq$  fatto strano]**

## Nel sistema di riferimento di Leila



In questo sistema Leila stava ferma, mentre Luke si muoveva.  
Quindi Luke dovrebbe essere più giovane di Leila.

## Nel sistema di riferimento di Leila



In questo sistema Leila è stata ferma, mentre Luke si è mosso.  
Quindi Luke dovrebbe essere più giovane di Leila.

**[Paradosso: apparente inconsistenza o contraddizione in una teoria o in un sistema logico]**

Come possono essere entrambi più giovani dell'altro ?

## Spoiler del paradosso



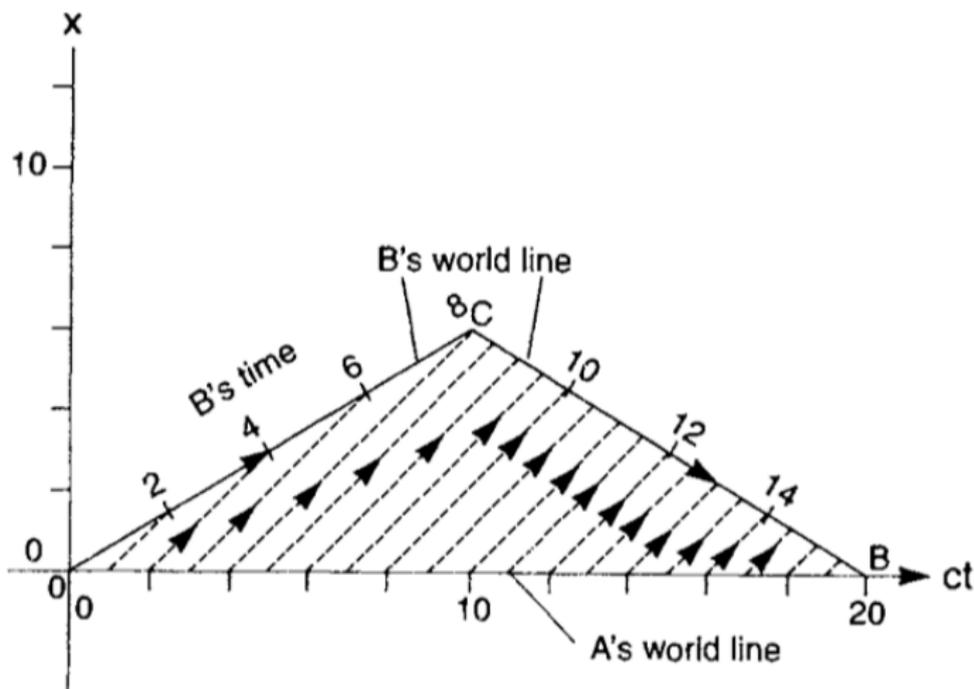
L'aereo, quando si arresta per invertire la rotta, non è un sistema inerziale !

Invece sulla terra...



Non c'è alcuna simmetria tra i due sistemi di riferimento; Luke è 2 anni più vecchio di Leila

## Principio di massimo tempo proprio



Il moto rettilineo uniforme massimizza il tempo proprio!

# Il tempo delle interazioni gravitazionali

# Una teoria relativistica della gravità

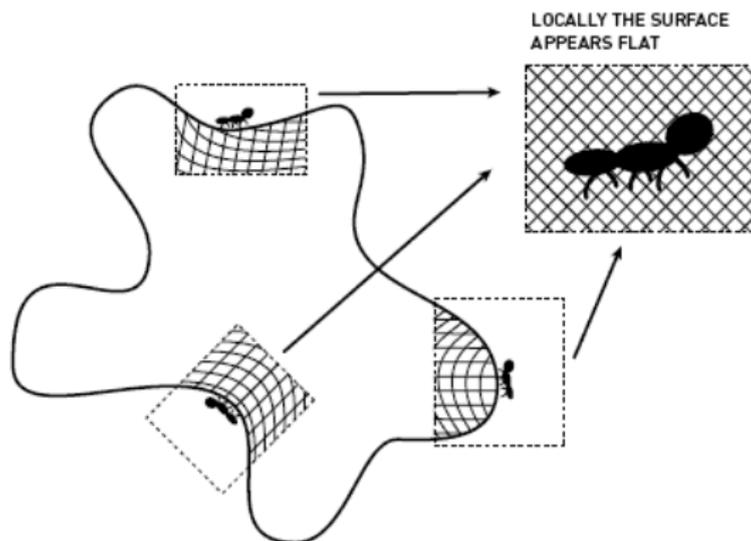
La gravità di Newton si propaga istantaneamente

$$F = -G_N \frac{M_g m_g}{r^2}$$



- la propagazione istantanea di un segnale fisico è inconsistente con la relatività
- la gravità Newtoniana non spiega come mai massa inerziale ( $\vec{F} = m_i \vec{a}$ ) e gravitazionale sono identiche

# La geometria della formica

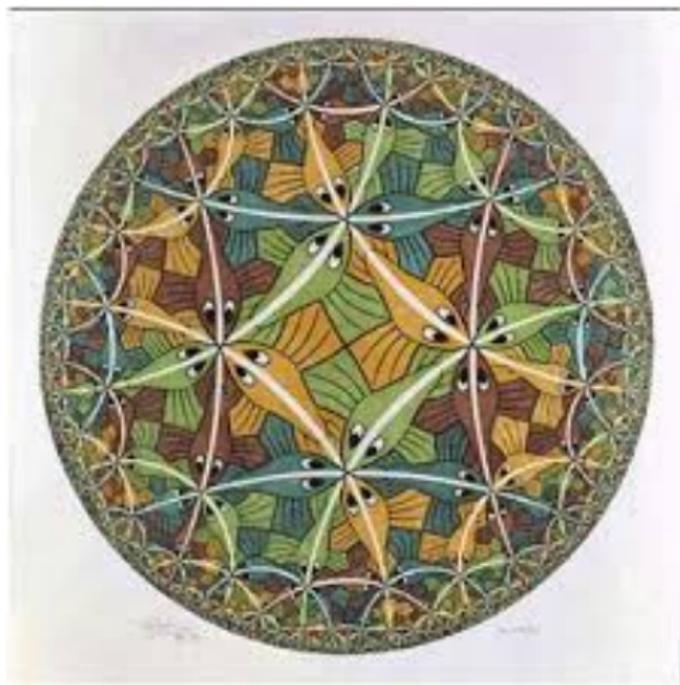


# Metriche

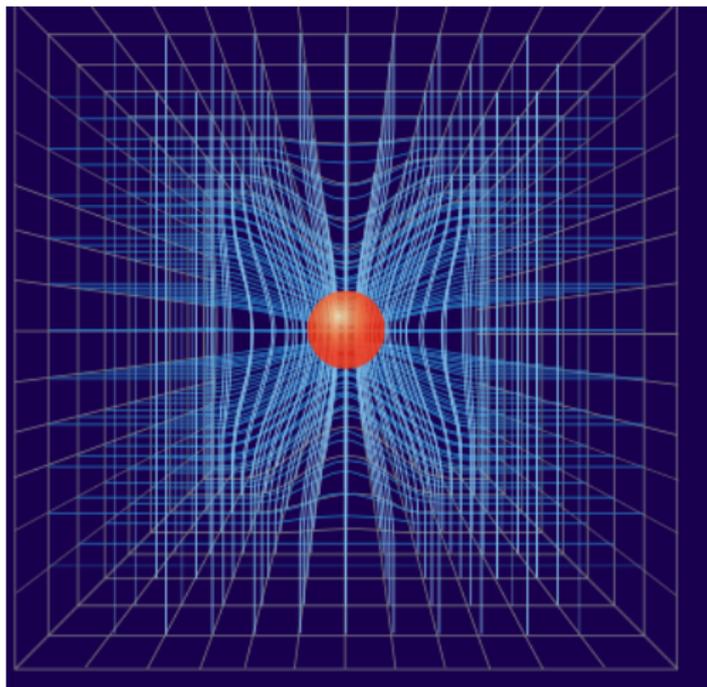
$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + 2g_{12} dx_1 dx_2 + g_{22} dx_2^2$$



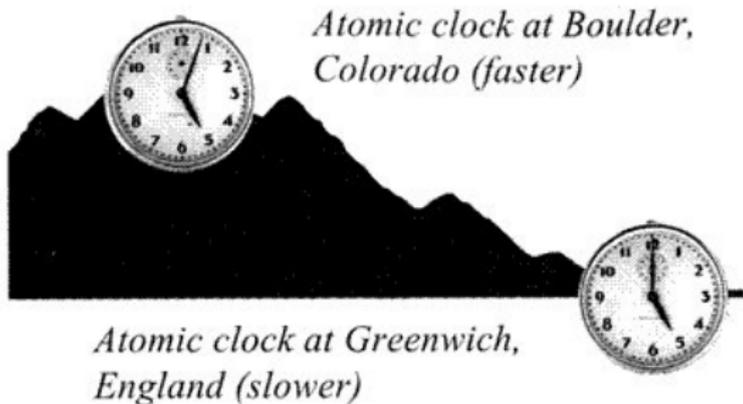
## Lo spazio curvo



# Relatività generale



## Dilatazione temporale gravitazionale



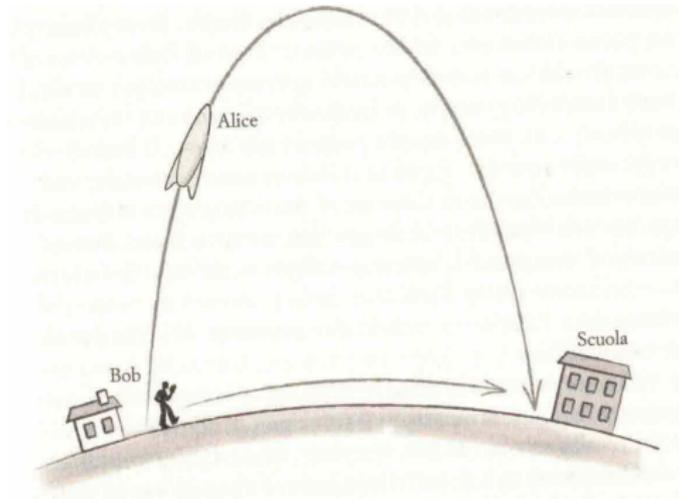
**Gravitational Time Dilation:** *The rate at which an atomic clock records time is diminished as gravity increases.*

Per il campo gravitazionale terrestre:  $h = 3000$  m,  $\Delta t = 0.001$  sec  
su  $t = 100$  anni

# GPS



# Principio di massimo tempo proprio



Generalizza il paradosso dei gemelli al caso gravitazionale

# Black holes



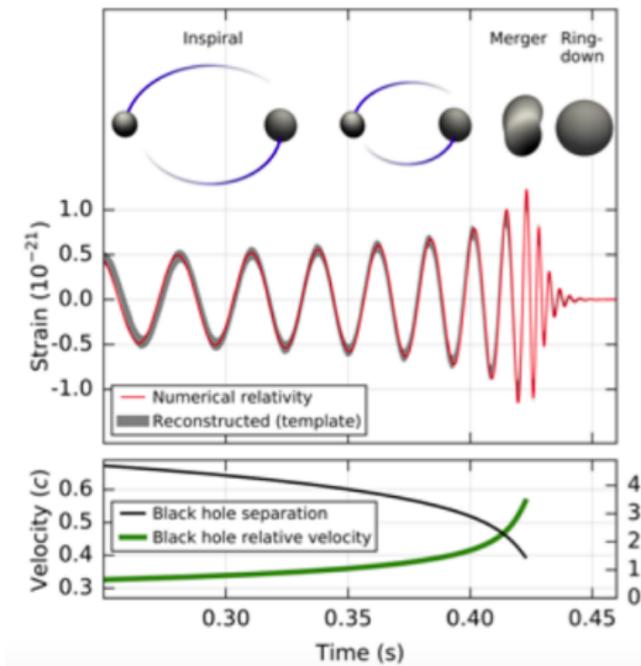
John Mitchell, 1783



Karl Schwarzschild, 1916

$$c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{r^*}{r}\right) - \frac{dr^2}{1 - \frac{r^*}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

# Black hole merger, LIGO 2015

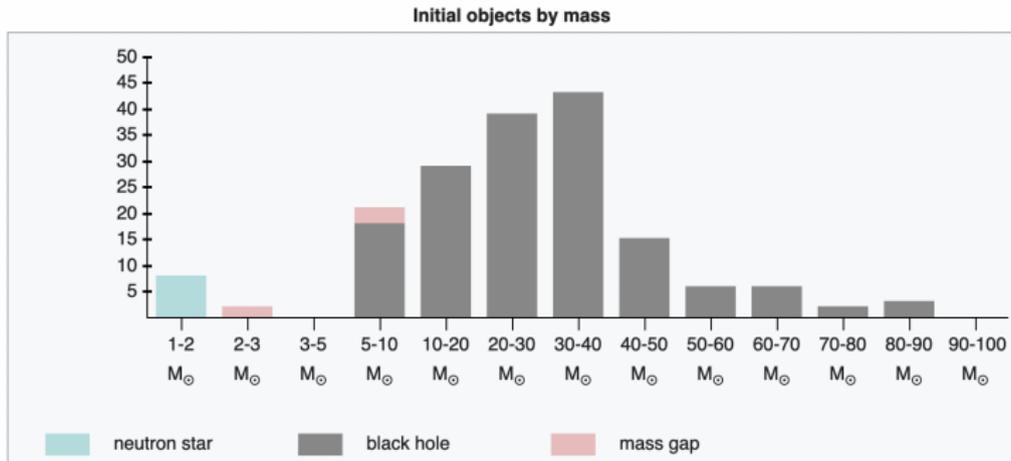


Nobel prize 2017

# Identikit

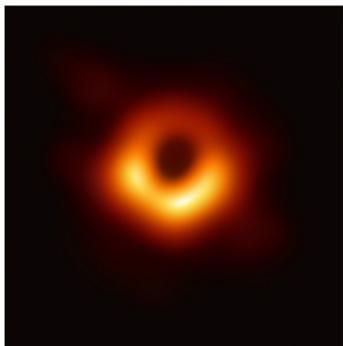
Time detected	September 14, 2015 09:50:45 UTC	
Mass (in units of Solar Mass)	Black Hole 1	$36^{+5}_{-4}$
	Black Hole 2	$29 \pm 4$
	Final Mass	$62 \pm 4$
GW Energy	$3.0 \pm 0.5 M_{\odot} c^2$	
Distance	$410^{+160}_{-180}$ Mpc $\sim 1.34 \times 10^9$ light years	
Redshift	$0.09^{+0.03}_{-0.04}$	
Observing band	35-350 Hz	
Peak strain $h$	$1.0 \times 10^{-21}$	

# Gravitational wave events

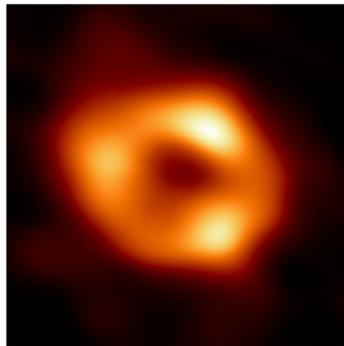


# Event horizon telescope

## Supermassive black holes

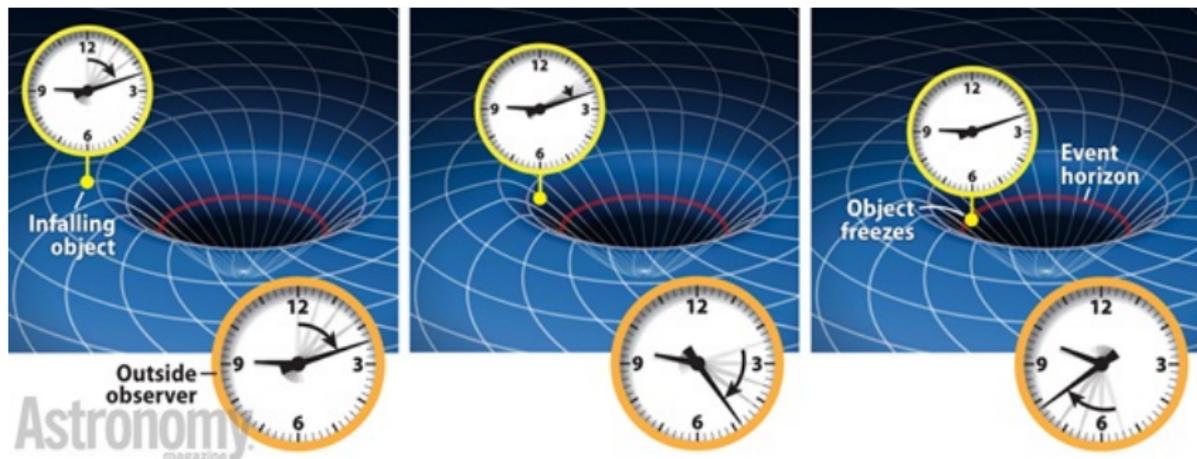


Messier 87 (2017)  
 $7 \cdot 10^9 M_{\odot}$



Sagittarius A\* (2022)  
 $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$

## Black holes as frozen stars



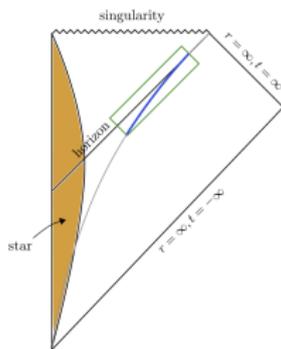
Un orologio che attraversa l'orizzonte sembra fermarsi dal punto di vista di un osservatore esterno.

Dalla prospettiva di un osservatore in caduta libera, un orologio che attraversa l'orizzonte continua a segnare il tempo normalmente

## Falling to the end of time

$$c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{r^*}{r}\right) - \frac{dr^2}{1 - \frac{r^*}{r}} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$

Inside:  $t$  spacelike,  $r$  timelike,  $0 < r < r^*$



Nella singolarit  formalmente il tempo "finisce"  
Qual   la domanda concreta che dovremmo chiederci ?

# Hic sunt leones

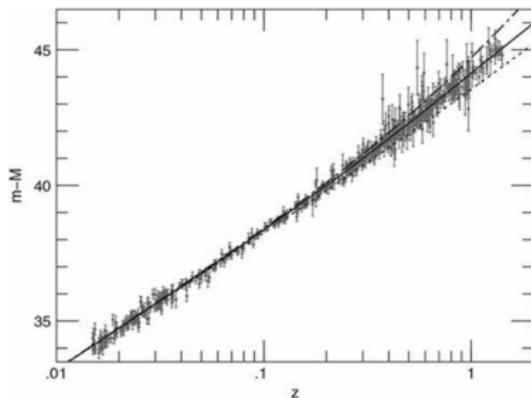
Singularità inevitabile in un collasso gravitazionale



Singularity theorems, Penrose, Nobel prize in 2020

# Il tempo della cosmologia

## La legge di Hubble

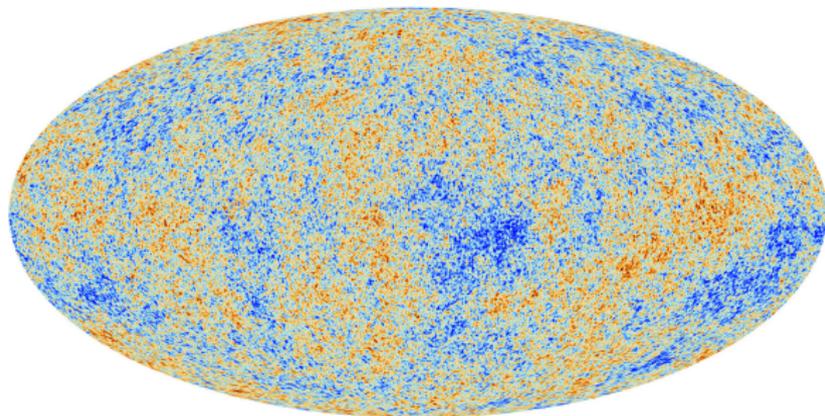


Relazione lineare tra il fattore di redshift  $z$  della luce emessa da una galassia e la sua distanza

$$v = H_0 d \quad H_0 \propto \frac{1}{[\text{time}]} \approx 68 \pm 2 \frac{\text{km}}{\text{sec} \cdot \text{Mpc}}$$

# Cosmic Microwave Background

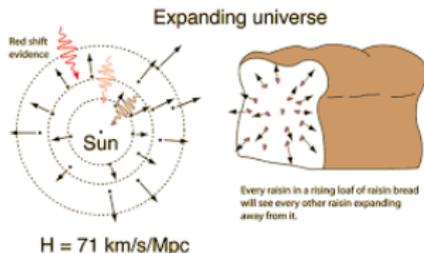
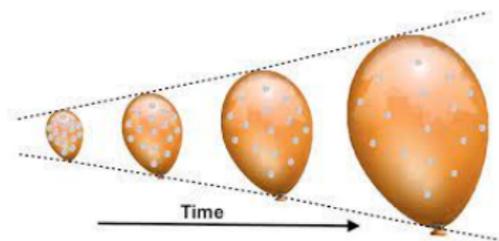
$T = 2.7 \text{ K}$ , con anisotropie di ordine  $10^{-5}$



Planck space observatory, 2013

# Un universo omogeneo e isotropo

## Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

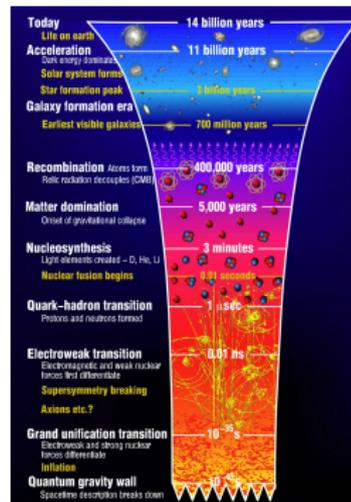
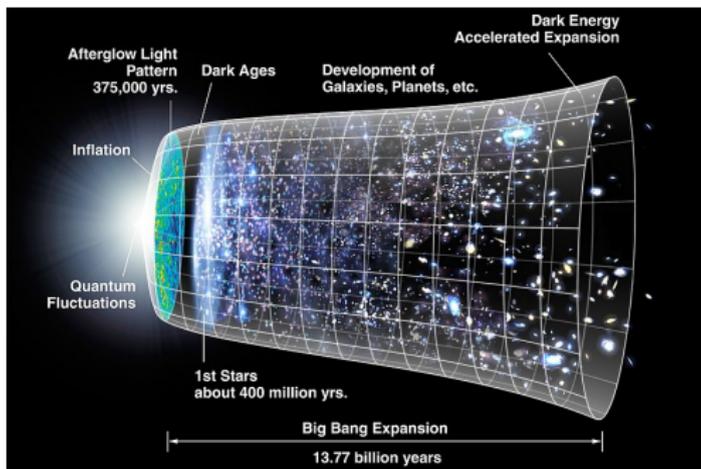


$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[ \frac{d\rho^2}{1 - k(\rho/R_0)^2} + \rho^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]$$

$a(t)$ : fattore di scala dell'universo

$k = 0$  (piatto),  $k = 1$  (sfera),  $k = -1$  (iperboloide)

# La storia termica dell'universo



Età dell'universo  $T \propto 1/H_0 \approx 14.4 \cdot 10^9$  anni

Calcoli più accurati  $T \approx 13.8 \cdot 10^9$  anni

Per  $a(t) \rightarrow 0$ : singolarità

# Riepilogo

- il tempo assoluto della fisica di Newton è soltanto un concetto approssimato, valido per osservatori che si muovono molto più lenti della velocità della luce
- l'interazione gravitazionale ha un effetto drastico sullo scorrere del tempo, in particolare scorre molto più lentamente per un osservatore che si avvicina all'orizzonte degli eventi di un buco nero
- la presenza di singolarità (inevitabili sia all'interno dei buchi neri che in cosmologia) ci mostra che la nostra comprensione della fisica gravitazionale, basata sulla relatività generale, sia fundamentalmente incompleta

**Grazie!**