

Infiniti e infinitesimi nell'opera di Blaise Pascal

Umberto Bottazzini

Istituto Lombardo – Accademia di scienze e lettere

Milano, 22 Gennaio 2025

- 1) Primi risultati sulle coniche

- 1) Primi risultati sulle coniche
- 2) *De l'esprit géométrique*

- 1) Primi risultati sulle coniche
- 2) *De l'esprit géométrique*
- 3) Frammenti dai *Pensieri*

- 1) Primi risultati sulle coniche
- 2) *De l'esprit géométrique*
- 3) Frammenti dai *Pensieri*
- 4) Scritti intorno alla cicloide

Blaise Pascal (1623–1662)



“L’uomo è creato solo per l’infinito” (Prefazione al *Trattato sul vuoto*)



- Tra i frequentatori o i corrispondenti dell'*Academia Parisiensis*

Figure: Marin Mersenne (1588 – 1648)



- Tra i frequentatori o i corrispondenti dell'*Academia Parisiensis*
- Desargues, Gassendi, Roberval, Étienne Pascal, e suo figlio Blaise Pascal

Figure: Marin Mersenne (1588 – 1648)



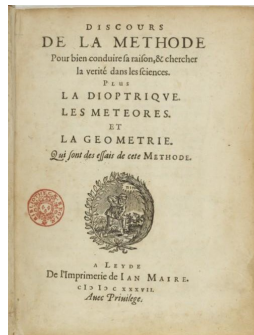
- Tra i frequentatori o i corrispondenti dell'*Academia Parisiensis*
- Desargues, Gassendi, Roberval, Étienne Pascal, e suo figlio Blaise Pascal
- Descartes, Beeckman, Hobbes, Fermat, Galileo, Torricelli, Huygens

Figure: Marin Mersenne (1588 – 1648)

La Géometrie di Descartes



Figure: René Descartes (1596–1650)



Il Brouillon (1639) di Desargues



Figure: Girard Desargues (1591–1661)

1639. AVEC PRIVILEGE. BROUILLON PROJET D'UNE ATTEINTE AXX suyemens des rencontres du Cone avec un Plan, Par L. S. G. D. L.

But, d'une imposition.

Il ne sera pas malaisé de faire icy la distinction nécessaire d'entre les impositions de nom, autrement définitions, les propositions, les démonstrations, quand elles sont en suite. Et les autres espèces de discours non plus que de choisir entre les figures, celle qui rapporte au période qu'on lit, ou de faire ces figures sur la dicte.

Chacun pensera ce qui luy semblera convenable ou de ce qui est icy deslué, ou de la manière de le délaire, & verra que la raison élève à cognaitre des quantités infinies d'une part, ensemble de celles qui d'apellent luyelles à réduire leur deux extrêmes opposées en une seule, & que l'exactement s'y pect, non seulement à cause de leurs imaginables grandeurs & petites, mais encore à cause que la raison commune ordinaire le conduit à conclure des propositions, d'où il est incapable de comprendre comment, c'est qu'elles sont.

Icy toutes lignes droites est entendue allongée au besoin à l'infini d'une part & d'autre.

Un semblable allongement à distance infinie d'une part & d'autre en une droite, est icy représenté par une tangente de points alignés d'une part & d'autre en suite de cette droite.

Pour donner à entendre de plusieurs lignes droites, qu'elles sont toutes entre-elles où bien parallèles, où bien inclinées à même point. Il est icy dict, que toutes ces droites sont d'une même ordonnance entre elles, par où l'on conçoit de ces plusieurs droites, qu'en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux espèces de position elles tendent toutes à un même endroit.

L'endroit auquel on conçoit que tendent ainsi plusieurs droites en l'une aussi bien qu'en l'autre de ces deux espèces de position, est icy nommé, *but, d'une ordonnance de droites*.

Pour donner à entendre l'espèce de position d'entre plusieurs droites en laquelle elles sont toutes parallèles entre elles, il est icy dict, que toutes ces droites sont entre elles d'une même ordonnance, dont le but est à distance infinie en chacune d'elles.

Pour donner à entendre l'espèce de position d'entre plusieurs droites, en laquelle elles sont toutes inclinées à un même point, il est icy dict, que toutes ces droites sont entre elles d'une même ordonnance, dont le but est à distance finie en chacune d'elles.

Ainsi deux quelconques droites en un même Plan, sont entre elles d'une même ordonnance, dont le but est à distance ou finie, ou infinie.

Icy tout Plan est entendu pareillement frémis de toutes parts à l'infini.

Une semblable étendue d'un Plan à l'infini de toutes parts, est icy représenté par un nombre de points formés de toutes parts aux extrémités du Plan.

Pour donner à entendre de plusieurs Plans, qu'ils sont tous entre eux ou bien parallèles, ou bien inclinés à une même droite, il est icy dict, que tous ces Plans sont entre eux d'une même ordonnance, par où l'on conçoit de ces plusieurs Plans qu'en l'un aussi bien qu'en l'autre de ces deux espèces de position, ils tendent tous à un même endroit.

L'endroit auquel on conçoit que tendent ainsi plusieurs Plans en l'un aussi bien qu'en l'autre de ces deux espèces de position, est icy nommé, *but, d'une ordonnance de Plans*.

Pour donner à entendre l'espèce de position d'entre plusieurs Plans, en laquelle ils sont tous parallèles entre eux, il est icy dict, que tous ces Plans sont entre eux d'une même ordonnance, dont le but est en chacun d'eux à distance infinie de toutes parts.

Pour donner à entendre l'espèce de position d'entre plusieurs Plans en laquelle ils sont tous inclinés à une même droite, il est icy dict, que toutes ces Plans sont entre eux d'une même ordonnance, dont le but est en chacun d'eux à distance finie.

Ainsi deux quelconques Plans sont entre eux d'une même ordonnance, dont le but est en chacun d'eux à distance ou finie ou infinie.

En concevant qu'une droite infinie ayant un point immobile se meut en toute la longueur, on voit qu'aux diverses places qu'elle prend en ce mouvement, elle donne ou représente comme diverses droites d'une même ordonnance entre elles, dont le but (son point immobile) est en chacune d'elles à distance finie, & que tous sont points que l'immobile de cette droite va tracer une ligne simple vaiforme, & dont les deux quelconques parties sont d'une même

A

L'A
MANIERE
UNIVERSELLE

DE 62822
M^R DESARGUES, Géométrien
LYONNOIS,

POVR POSER L'ESSIEV,
& placer les heures & autres choses
aux
CADRANS AV SOLEIL,

Par **A. BOSSE** Graveur en Taille
Douce, en l'Isle du Palais devant
la Megisserie, à la Roze Rouge.

A PARIS,
De l'Imprimerie de **PIERRE DES-HAYES**,
rue de la Harpe, à la Roze Rouge.

M. DC. XLIII. 1643
AVEC PRIVILEGE.

AVANT-PROPOS.

N Ce qui est des Arts pour les ouvrages de main, si vous les voulez entendre à fonds, il y a trois choses à distinguer l'une de l'autre.

La première, *Ce que vous avez à faire.*

La deuxième, *Les moyens de le faire.*

Et la troisième, *De le faire effectivement.*

Si vous ne distinguez ces choses là, vous vous méprendrez assurément en quelque endroit.

Ce que vous avez à faire, est ou de *choix* ou d'*obligation*.

Les moyens de le faire, viennent, ou bien à force de *rechercher en tâtonnant*, ou bien à force de *raisonner sur connoissance*.

Et le faire effectivement, consiste en l'*opération* actuelle de la main.

Quand ce que vous avez à faire est d'*obligation*, ie ne voy pas qu'il y ait à délibérer.

Et quand il est de *choix*, ie ne voy pas que pour y réussir infailliblement, il y ait encore des règles établies qui soient invariables, à cause que ce qui agréé à l'un n'agréé pas à l'autre, & qu'en matière de plaisir au sens, les goûts sont merueilleusement différents, & l'accoustumance à une mode ou à un usage est une grande piece.

Ie sçai bien qu'entre les différents goûts, il y en peut auoir un qui semble estre autorisé par le temps, & commun à un plus grand nombre de personnes; Et qu'auec quelque espece de raison on pourroit dire que *celuy là* doit passer pour le bon, & que chacun se doit estudier à l'acquiescer à force d'imiter les ouvrages de ceux qu'on estime qui l'ont possédé: Mais il y a bien à penser là dessus auant que de conclurre, & ie n'ay pas entrepris de vous entretenir de ce point là.

Touchant les *moyens de faire*, qui ne sont pas une des moins importantes parties de l'Art, ceux qui viennent de la recherche en *tâtonnant* sont nécessairement suivis à estre *fautive*, & ne sçauroient estre justes ou précis que par hazard; & ceux qui viennent

Mersenne informa Descartes sul *Essay pour les coniques* di Pascal



Descartes a Mersenne (25 dicembre 1639): “Non trovo strano che vi sia chi dimostra le coniche più facilmente di Apollonio che è, infatti, estremamente prolisso e confuso, anche se tutto ciò che ha dimostrato è di per sé abbastanza semplice. Ma, sulle coniche, si possono ben proporre altre cose che un ragazzo di 16 anni farebbe fatica a sbrogliare”



B. Pascal, Essay pour les coniques, 1640



ESSAY POVR LES CONIQUES. Par B. P.
DEFINITION PREMIERE.

VAND plusieurs figures de lettres sont contrainctes à mesme point, ou sont toutes pareilles entr'elles, toutes ces lettres sont d'un des de mesme ordre ou de mesme ordonnance & la multitude de ces lettres, est d'un ordre de lignes, ou d'ordonnance de lignes.

DEFINITION 11.

Par le mot de sections de Corps nous entendons la circonférence du Cercle, l'Ellipse, l'Hyperbole, la Parabole & l'angle et d'aligne, & d'autant qu'un Corps coupe parallèlement à sa base, ou qu'il soit formé et ou de deux ou autres fens qui engendrent l'Ellipse, l'Hyperbole & la parabole engendré dans la superficie Conique, ou la circonférence d'un Cercle ou d'un Angle, ou l'Ellipse, ou l'Hyperbole, ou la parabole.

DEFINITION III

Par le rest de droite mis foul, nous enten dont ligne droite.

LEMM. I.

Figure 1. Si dans le plan, M, S, Q sont des points M passent les deux droites MK, MV , à des points S passent les deux droites SK, SV , à que K , foit le concours de droites MK, SK , à V , le concours des droites MV, SV , à A , le concours des droites MA, SA , à μ , le concours des droites MV, SK , à que μ , le concours des droites MV, MP, SV, SK , à des points O, P, Q, N , et dit que les droites MS, NO, PQ , sont de même ordre.

L E M M I L

Si par la même droite passent plusieurs plans, qui soient coupés par un même plan, toutes les lignes des sections de ces plans sont de même ordre avec droite par laquelle passent les dits plans.

Cette dernière propriété est la conséquence facile des conséquences énoncées au cours de mon exposé que les mêmes chiffres s'écrivent positifs et au premier Lemme. E par les points A, V, gaffe une quelconque fait au de Caste qui coupe les droites ME, MW, SE, SV, et pousse P, O, N, Q, les droites MS, NO, P, Q la suite de notre étude, cela sera le même Lemme.

Résumé des résultats obtenus dans ce travail. — On considère un système d'éléments de l'espace euclidien à trois dimensions, les Flèches Couloirs rectilignes. À tout instant les centres de

[illegible][illegible]

Fig. 111. Nous décomposons aussi quelques autres droites AC , AF , EH , EL , en deux coupes N , P , M , O , à qu'on effectue de Contrecoupe le dard droit de point C , B , E , D , H , G , L , K , la raion composée des raions du rectangle de MC , en MB , au rectangle des droites PF , PI et du rectangle des droites AD , AF , au rectangle des droites AH , AC , et la raion que la raion composée des raions du rectangle des droites ML , MK , au rectangle des droites PH , PG , et du rectangle des droites EH , EG , au rectangle des droites EK , EL .

[illegible][illegible]

Trouver des diamètres compatibles en angle donné.

Trouver des diamètres compatibles en l'angle donné.

Nous avons pu faire voir en Problèmes et Théorèmes la plénitude des conséquences des précédents, mais la défiance que j'ay de moi peu d'expérience et de science ne me permet pas de en sauvegarde davantage adroit que au point d'examen des habiles gens, qu'aujourd'hui nous n'éliger et en prendre la place ; que j'ay vu si long que la chose m'est d'être capable, nous révéler de la souffrance humaine, Dieu nous donnera la force de la couvrir.

Il commento di Descartes



Dopo aver ricevuto l'*Essay pour les coniques*, Descartes scrive a Mersenne (1 aprile 1640): “Ho anche ricevuto il *Saggio sulle coniche* del figlio del signor Pascal e, prima di averne letto la metà, ho giudicato che avesse imparato dal signor Desargues; il che mi è stato confermato, subito dopo, dalla confessione che ne fa lui stesso”

Pascal, *Essay pour les coniques*

LEMME I.
Figure 1. Si dans le plan, M, S, Q, du point M partent les deux droites MK, MV, & du point S, partent les deux droites SK, SV, & que K, soit le concours des droites MK, SK, & V, le concours des droites, MV, SV, & A, le concours des droites MA, SA, & u, le concours des droites MV, SK, & que deux des quatre points, A, K, u, V, qui ne soient point en même droite avec les points, M, S, comme par les points, K, V, passe la circonférence d'une conique coupant les droites MV, MP, SV, SK, 4s points, O, P, Q, N, se dit que les droites, MS, NO, PQ, sont de même ordre.

A. Dall'edizione originale del 1640

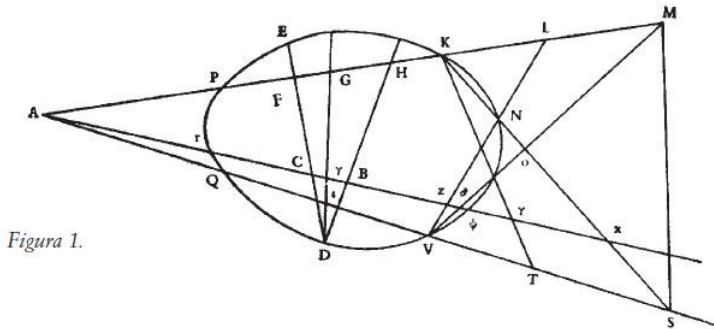


Figura 1.

Si tratta del teorema di Pascal sull'esagono: i lati opposti dell'esagono ONKPVQ si tagliano sulla stessa retta.

la proprietà “meravigliosa” è il teorema di Desargues sull'involuzione

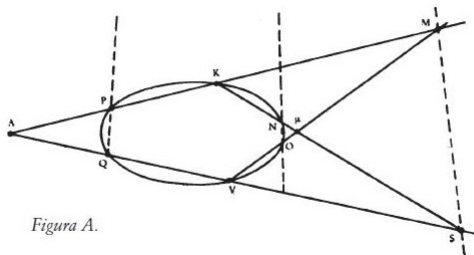
$$\frac{zr \times z\psi}{xr \times x\psi} = \frac{\delta r \times \delta \psi}{yr \times y\psi}$$

“Dimostreremo anche questa proprietà, il cui primo inventore è il lionese Desargues, uno dei grandi ingegni di questo tempo e dei più versati in matematica, e tra l'altro nelle coniche, i cui scritti su questa materia, sebbene in piccolo numero, ne hanno dato ampia testimonianza a coloro che han voluto cimentarsi nella comprensione; e voglio proprio riconoscere che devo ai suoi scritti il poco che ho trovato su questa materia, e che ho tentato d'imitare, per quanto mi è stato possibile, il suo metodo su quest'argomento” (B. Pascal, *Essay pour les coniques*, 1640)

Si tratta del primo capitolo del trattato sulle sezioni coniche consultato da Leibniz nel 1676 durante il suo soggiorno a Parigi, e menzionato da Mersenne in una lettera a Théodore Haak del 18 Novembre 1640:

“Noi abbiamo qui un giovane, di cui credo di avervi inviato un foglio sulle *Coniche*, il quale è un eccellente geometra che, pur avendo 18 anni, ha compreso tutte le sezioni coniche di Apollonio in una sola proposizione, dalla quale deduce 400 corollari che non dipendono l'uno dall'altro, ma tutti dalla suddetta proposizione.”

Pascal, *hexagrammum mysticum*



La “sola proposizione”: Leibniz scrive a Tschirnhaus (gennaio 1676) che si tratta dell’“hexagrammum Pascalianum mysticum ut vocat idemque”

De l'esprit géométrique: Due infinità

- Forse si reputerà strano che la geometria non possa definire nessuna delle cose che essa ha come oggetti principali: infatti, non può definire né il movimento, né i numeri, né lo spazio

De l'esprit géométrique: Due infinità

- Forse si reputerà strano che la geometria non possa definire nessuna delle cose che essa ha come oggetti principali: infatti, non può definire né il movimento, né i numeri, né lo spazio
- Essa suppone dunque che si sappia qual è la cosa che s'intende con queste parole: movimento, numero, spazio; e, senza soffermarsi a definirli inutilmente, essa ne penetra la natura, e ne scopre le meravigliose proprietà

De l'esprit géométrique: Due infinità

- Forse si reputerà strano che la geometria non possa definire nessuna delle cose che essa ha come oggetti principali: infatti, non può definire né il movimento, né i numeri, né lo spazio
- Essa suppone dunque che si sappia qual è la cosa che s'intende con queste parole: movimento, numero, spazio; e, senza soffermarsi a definirli inutilmente, essa ne penetra la natura, e ne scopre le meravigliose proprietà
- Queste tre cose, che abbracciano tutto l'universo, secondo queste parole: *Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura*, hanno un nesso reciproco e necessario.

De l'esprit géométrique: Due infinità

- Forse si reputerà strano che la geometria non possa definire nessuna delle cose che essa ha come oggetti principali: infatti, non può definire né il movimento, né i numeri, né lo spazio
- Essa suppone dunque che si sappia qual è la cosa che s'intende con queste parole: movimento, numero, spazio; e, senza soffermarsi a definirli inutilmente, essa ne penetra la natura, e ne scopre le meravigliose proprietà
- Queste tre cose, che abbracciano tutto l'universo, secondo queste parole: *Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura*, hanno un nesso reciproco e necessario.
- Così vi sono proprietà comuni a tutte queste cose, la cui conoscenza schiude la mente alle più grandi meraviglie della natura.

De l'esprit géométrique: Due infinità

- Forse si reputerà strano che la geometria non possa definire nessuna delle cose che essa ha come oggetti principali: infatti, non può definire né il movimento, né i numeri, né lo spazio
- Essa suppone dunque che si sappia qual è la cosa che s'intende con queste parole: movimento, numero, spazio; e, senza soffermarsi a definirli inutilmente, essa ne penetra la natura, e ne scopre le meravigliose proprietà
- Queste tre cose, che abbracciano tutto l'universo, secondo queste parole: *Deus fecit omnia in pondere, in numero, et mensura*, hanno un nesso reciproco e necessario.
- Così vi sono proprietà comuni a tutte queste cose, la cui conoscenza schiude la mente alle più grandi meraviglie della natura.
- La principale è costituita dalle due infinità che si riscontrano in tutte, l'una di grandezza, l'altra di piccolezza

De l'esprit géométrique: infinito e infinitesimo in velocità e numero

- Per quanto veloce sia un movimento, se ne può concepire uno che lo sia di più, e accelerare ancora quest'ultimo, e così sempre all'infinito, senza mai arrivare a uno che lo sia in modo tale che non vi si possa aggiungere nulla.

De l'esprit géométrique: infinito e infinitesimo in velocità e numero

- Per quanto veloce sia un movimento, se ne può concepire uno che lo sia di più, e accelerare ancora quest'ultimo, e così sempre all'infinito, senza mai arrivare a uno che lo sia in modo tale che non vi si possa aggiungere nulla.
- E, al contrario, per quanto lento sia un movimento, lo si può ritardare di più, e ancora con quest'ultimo; e così all'infinito, senza mai arrivare a un grado tale di lentezza da non potere ancora scendere a un'infinità di altri senza cadere nell'immobilità. [...]

De l'esprit géométrique: infinito e infinitesimo in velocità e numero

- Per quanto veloce sia un movimento, se ne può concepire uno che lo sia di più, e accelerare ancora quest'ultimo, e così sempre all'infinito, senza mai arrivare a uno che lo sia in modo tale che non vi si possa aggiungere nulla.
- E, al contrario, per quanto lento sia un movimento, lo si può ritardare di più, e ancora con quest'ultimo; e così all'infinito, senza mai arrivare a un grado tale di lentezza da non potere ancora scendere a un'infinità di altri senza cadere nell'immobilità. [. . .]
- Allo stesso modo, per quanto grande sia un numero, si può concepirne uno più grande, e ancora uno che superi l'ultimo; e così all'infinito, senza mai giungere a uno che non possa essere aumentato.

De l'esprit géométrique: infinito e infinitesimo in velocità e numero

- Per quanto veloce sia un movimento, se ne può concepire uno che lo sia di più, e accelerare ancora quest'ultimo, e così sempre all'infinito, senza mai arrivare a uno che lo sia in modo tale che non vi si possa aggiungere nulla.
- E, al contrario, per quanto lento sia un movimento, lo si può ritardare di più, e ancora con quest'ultimo; e così all'infinito, senza mai arrivare a un grado tale di lentezza da non potere ancora scendere a un'infinità di altri senza cadere nell'immobilità. [...]
- Allo stesso modo, per quanto grande sia un numero, si può concepirne uno più grande, e ancora uno che superi l'ultimo; e così all'infinito, senza mai giungere a uno che non possa essere aumentato.
- E, al contrario, per quanto piccolo sia un numero, come la centesima o la decimillesima parte, si può ancora concepirne uno minore, e sempre all'infinito, senza giungere allo zero o nulla.

De l'esprit géométrique: i principi della geometria

- Allo stesso modo, per quanto grande sia uno spazio, se ne può concepire uno più grande, e ancora uno che lo sia di più; e così all'infinito, senza mai giungere a uno che non possa più essere aumentato.

De l'esprit géométrique: i principi della geometria

- Allo stesso modo, per quanto grande sia uno spazio, se ne può concepire uno più grande, e ancora uno che lo sia di più; e così all'infinito, senza mai giungere a uno che non possa più essere aumentato.
- E, al contrario, per quanto piccolo sia uno spazio, se ne può ancora considerare uno minore, e sempre all'infinito, senza mai arrivare a uno indivisibile che non abbia più alcuna estensione.

De l'esprit géométrique: i principi della geometria

- Allo stesso modo, per quanto grande sia uno spazio, se ne può concepire uno più grande, e ancora uno che lo sia di più; e così all'infinito, senza mai giungere a uno che non possa più essere aumentato.
- E, al contrario, per quanto piccolo sia uno spazio, se ne può ancora considerare uno minore, e sempre all'infinito, senza mai arrivare a uno indivisibile che non abbia più alcuna estensione.
- Lo stesso accade per il tempo. Se ne può sempre concepire uno più grande senza un ultimo, e uno più piccolo, senza giungere a un istante e a un puro nulla di durata.

De l'esprit géométrique: i principi della geometria

- Allo stesso modo, per quanto grande sia uno spazio, se ne può concepire uno più grande, e ancora uno che lo sia di più; e così all'infinito, senza mai giungere a uno che non possa più essere aumentato.
- E, al contrario, per quanto piccolo sia uno spazio, se ne può ancora considerare uno minore, e sempre all'infinito, senza mai arrivare a uno indivisibile che non abbia più alcuna estensione.
- Lo stesso accade per il tempo. Se ne può sempre concepire uno più grande senza un ultimo, e uno più piccolo, senza giungere a un istante e a un puro nulla di durata.
- Cioè, in breve, quale che sia il movimento, il numero, lo spazio, il tempo, ve ne è sempre uno più grande e uno più piccolo: di modo che essi si librano tutti fra il nulla e l'infinito, essendo sempre infinitamente distanti da questi estremi.

De l'esprit géométrique: i princìpi della geometria

- Allo stesso modo, per quanto grande sia uno spazio, se ne può concepire uno più grande, e ancora uno che lo sia di più; e così all'infinito, senza mai giungere a uno che non possa più essere aumentato.
- E, al contrario, per quanto piccolo sia uno spazio, se ne può ancora considerare uno minore, e sempre all'infinito, senza mai arrivare a uno indivisibile che non abbia più alcuna estensione.
- Lo stesso accade per il tempo. Se ne può sempre concepire uno più grande senza un ultimo, e uno più piccolo, senza giungere a un istante e a un puro nulla di durata.
- Cioè, in breve, quale che sia il movimento, il numero, lo spazio, il tempo, ve ne è sempre uno più grande e uno più piccolo: di modo che essi si librano tutti fra il nulla e l'infinito, essendo sempre infinitamente distanti da questi estremi.
- Tutte queste verità non si possono dimostrare, e tuttavia costituiscono i fondamenti e i princìpi della geometria.

- Non c'è geometra che non ritenga lo spazio divisibile all'infinito.
Non si può esserlo senza questo principio, più di quanto si può essere uomo senza anima.

De l'esprit géométrique: infinita divisibilità

- Non c'è geometra che non ritenga lo spazio divisibile all'infinito. Non si può esserlo senza questo principio, più di quanto si può essere uomo senza anima.
- E però non c'è nessuno che comprenda una divisione infinita; e ci si assicura di questa verità inconcepibile soltanto con questa sola ragione, ma che è certamente sufficiente, che si capisce perfettamente che è falso che, dividendo uno spazio, si possa arrivare a una parte indivisibile, vale a dire che non ha alcuna estensione.

- Non c'è geometra che non ritenga lo spazio divisibile all'infinito. Non si può esserlo senza questo principio, più di quanto si può essere uomo senza anima.
- E però non c'è nessuno che comprenda una divisione infinita; e ci si assicura di questa verità inconcepibile soltanto con questa sola ragione, ma che è certamente sufficiente, che si capisce perfettamente che è falso che, dividendo uno spazio, si possa arrivare a una parte indivisibile, vale a dire che non ha alcuna estensione.
- Infatti, cosa c'è di più assurdo del pretendere che, dividendo sempre uno spazio, si giunga infine a una divisione tale che, dividendola in due, ciascuna metà resti indivisibile e senza alcuna estensione, e che così questi due nulla di estensione formino insieme una estensione?

- Un indivisibile è ciò che non ha alcuna parte, e l'estensione è ciò che ha diverse parti separate.

De l'esprit géométrique: indivisibili e estensione

- Un indivisibile è ciò che non ha alcuna parte, e l'estensione è ciò che ha diverse parti separate.
- Sulla base di queste definizioni, io affermo che due indivisibili, essendo uniti, non formano una estensione.

De l'esprit géométrique: indivisibili e estensione

- Un indivisibile è ciò che non ha alcuna parte, e l'estensione è ciò che ha diverse parti separate.
- Sulla base di queste definizioni, io affermo che due indivisibili, essendo uniti, non formano una estensione.
- Infatti, quando essi sono uniti, si toccano ciascuno in una parte; e pertanto le parti in cui si toccano non sono separate, poiché altrimenti non si toccherebbero. Ora, per la loro definizione, essi non hanno altre parti; dunque non hanno parti separate; dunque non sono una estensione, per la definizione dell'estensione che comporta la separazione delle parti.

- Un indivisibile è ciò che non ha alcuna parte, e l'estensione è ciò che ha diverse parti separate.
- Sulla base di queste definizioni, io affermo che due indivisibili, essendo uniti, non formano una estensione.
- Infatti, quando essi sono uniti, si toccano ciascuno in una parte; e pertanto le parti in cui si toccano non sono separate, poiché altrimenti non si toccherebbero. Ora, per la loro definizione, essi non hanno altre parti; dunque non hanno parti separate; dunque non sono una estensione, per la definizione dell'estensione che comporta la separazione delle parti.
- Si dimostrerà la stessa cosa di tutti gli altri indivisibili che vi si aggiungeranno, per la medesima ragione. E pertanto un indivisibile, moltiplicato quanto si vorrà, non formerà mai una estensione.

- Un indivisibile è ciò che non ha alcuna parte, e l'estensione è ciò che ha diverse parti separate.
- Sulla base di queste definizioni, io affermo che due indivisibili, essendo uniti, non formano una estensione.
- Infatti, quando essi sono uniti, si toccano ciascuno in una parte; e pertanto le parti in cui si toccano non sono separate, poiché altrimenti non si toccherebbero. Ora, per la loro definizione, essi non hanno altre parti; dunque non hanno parti separate; dunque non sono una estensione, per la definizione dell'estensione che comporta la separazione delle parti.
- Si dimostrerà la stessa cosa di tutti gli altri indivisibili che vi si aggiungeranno, per la medesima ragione. E pertanto un indivisibile, moltiplicato quanto si vorrà, non formerà mai una estensione.
- Dunque non è dello stesso genere dell'estensione

- “La retta è continua e il punto è indivisibile” e dunque “è impossibile che qualcosa di continuo sia composto di indivisibili” dichiara Aristotele.

- “La retta è continua e il punto è indivisibile” e dunque “è impossibile che qualcosa di continuo sia composto di indivisibili” dichiara Aristotele.
- La tesi aristotelica trova largo seguito nei chierici medioevali, insieme alla confutazione dell'atomismo democriteo. Nell'*Opus majus* che invia a papa Clemente IV nel 1267 il *Doctor mirabilis* Ruggero Bacone afferma che un qualunque corpo è divisibile all'infinito, e “tuttavia non per questo il mondo sarà composto di infinite parti materiali, chiamate atomi, come hanno sostenuto Democrito e Leucippo”.

- “La retta è continua e il punto è indivisibile” e dunque “è impossibile che qualcosa di continuo sia composto di indivisibili” dichiara Aristotele.
- La tesi aristotelica trova largo seguito nei chierici medioevali, insieme alla confutazione dell'atomismo democriteo. Nell'*Opus majus* che invia a papa Clemente IV nel 1267 il *Doctor mirabilis* Ruggero Bacone afferma che un qualunque corpo è divisibile all'infinito, e “tuttavia non per questo il mondo sarà composto di infinite parti materiali, chiamate atomi, come hanno sostenuto Democrito e Leucippo”.
- Per dimostrarlo, a suo parere non c'è argomento migliore del fatto che, se fosse così, la diagonale e lato di un quadrato sarebbero commensurabili”

- “La retta è continua e il punto è indivisibile” e dunque “è impossibile che qualcosa di continuo sia composto di indivisibili” dichiara Aristotele.
- La tesi aristotelica trova largo seguito nei chierici medioevali, insieme alla confutazione dell'atomismo democriteo. Nell'*Opus majus* che invia a papa Clemente IV nel 1267 il *Doctor mirabilis* Ruggero Bacone afferma che un qualunque corpo è divisibile all'infinito, e “tuttavia non per questo il mondo sarà composto di infinite parti materiali, chiamate atomi, come hanno sostenuto Democrito e Leucippo”.
- Per dimostrarlo, a suo parere non c'è argomento migliore del fatto che, se fosse così, la diagonale e lato di un quadrato sarebbero commensurabili”
- La stessa argomentazione fornisce il *Doctor subtilis* Duns Scoto

- Considerazioni analoghe si ritrovano ancora nel Seicento nel *Labyrinthus sive de compositione continui* (1631), l'opuscolo “utile e dilettevole” (*utilis ac iocundus*) che il teologo di Lovanio Libertus Fromondus (ovvero Libert Froidmond) indirizza a filosofi, matematici, e teologi del suo tempo per combattere l'atomismo.

- Considerazioni analoghe si ritrovano ancora nel Seicento nel *Labyrinthus sive de compositione continui* (1631), l'opuscolo “utile e dilettevole” (*utilis ac iocundus*) che il teologo di Lovanio Libertus Fromondus (ovvero Libert Froidmond) indirizza a filosofi, matematici, e teologi del suo tempo per combattere l'atomismo.
- Quello scritto incontra l'apprezzamento di Leibniz quando, nei *Nuovi saggi sull'intelletto umano*, menziona la divisibilità all'infinito dei corpi (“ha avuto ragione Fromondus a intitolare *Labyrinthus* il suo libro sulla composizione del continuo”).

Gli oscuri laberinti dei *Discorsi* di Galileo

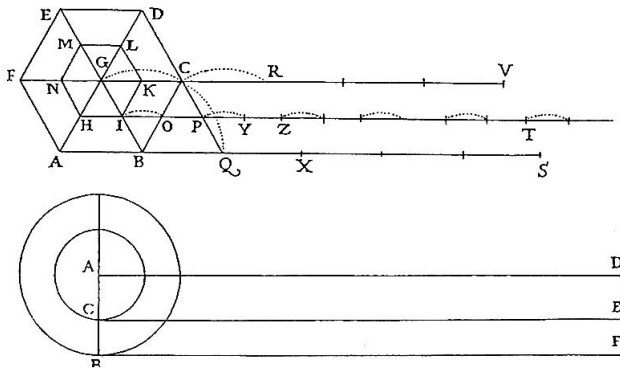


Figure: La ruota di Aristotele

Galileo e la composizione del continuo

- “Dico che è verissimo e necessario che la linea sia composta di punti e il continuo di indivisibili”,

Galileo e la composizione del continuo

- “Dico che è verissimo e necessario che la linea sia composta di punti e il continuo di indivisibili”,
- “il continuo è divisibile in parti sempre divisibili sol perché consta di indivisibili” dal momento che, se la suddivisione si deve poter continuare sempre, bisogna necessariamente che le parti siano infinite (altrimenti la suddivisione a un certo punto si arresterebbe). E se sono infinite, necessariamente “bisogna che non sieno quante”, spiega Galileo, “perché infiniti quanti compongono un quanto infinito”.

Galileo e la composizione del continuo

- “Dico che è verissimo e necessario che la linea sia composta di punti e il continuo di indivisibili”,
- “il continuo è divisibile in parti sempre divisibili sol perché consta di indivisibili” dal momento che, se la suddivisione si deve poter continuare sempre, bisogna necessariamente che le parti siano infinite (altrimenti la suddivisione a un certo punto si arresterebbe). E se sono infinite, necessariamente “bisogna che non sieno quante”, spiega Galileo, “perché infiniti quanti compongono un quanto infinito”.
- Salviati: “stante che la linea ed ogni continuo sian divisibili in sempre divisibili, non veggo come si possa sfuggire, la composizione [del continuo] essere di infiniti indivisibili”.

- Se si vuol trovare nei numeri una comparazione che rappresenti con esattezza ciò che consideriamo nell'estensione, bisogna che questo sia il rapporto dello zero con i numeri; infatti, lo zero non è dello stesso genere dei numeri, perché, per quanto moltiplicato, non può sorpassarli: di modo che è un vero e proprio indivisibile di numero, come l'indivisibile è un vero e proprio zero di estensione.

- Se si vuol trovare nei numeri una comparazione che rappresenti con esattezza ciò che consideriamo nell'estensione, bisogna che questo sia il rapporto dello zero con i numeri; infatti, lo zero non è dello stesso genere dei numeri, perché, per quanto moltiplicato, non può sorpassarli: di modo che è un vero e proprio indivisibile di numero, come l'indivisibile è un vero e proprio zero di estensione.
- E se ne troverà uno simile tra la quiete e il movimento, e tra un istante e il tempo. Infatti, tutte queste cose sono eterogenee rispetto alle loro grandezze, perché, infinitamente moltiplicate, non possono mai fare che degli indivisibili di estensione, e per la stessa ragione.

- Se si vuol trovare nei numeri una comparazione che rappresenti con esattezza ciò che consideriamo nell'estensione, bisogna che questo sia il rapporto dello zero con i numeri; infatti, lo zero non è dello stesso genere dei numeri, perché, per quanto moltiplicato, non può sorpassarli: di modo che è un vero e proprio indivisibile di numero, come l'indivisibile è un vero e proprio zero di estensione.
- E se ne troverà uno simile tra la quiete e il movimento, e tra un istante e il tempo. Infatti, tutte queste cose sono eterogenee rispetto alle loro grandezze, perché, infinitamente moltiplicate, non possono mai fare che degli indivisibili di estensione, e per la stessa ragione.
- E allora si troverà una corrispondenza perfetta tra queste cose. Infatti, tutte queste grandezze sono divisibili all'infinito, senza cadere nei loro indivisibili, di modo che esse occupano tutte quante il punto medio tra l'infinito e il nulla.

Una duplice infinità

- Coloro che vedranno chiaramente queste verità potranno ammirare la grandezza e la potenza della natura in questa duplice infinità che ci circonda da ogni parte, e imparare da questa meravigliosa considerazione a conoscere sé stessi, vedendosi posti tra una infinità e un nulla di estensione, tra una infinità e un nulla di numero, tra una infinità e un nulla di movimento, tra una infinità e un nulla di tempo.

Una duplice infinità

- Coloro che vedranno chiaramente queste verità potranno ammirare la grandezza e la potenza della natura in questa duplice infinità che ci circonda da ogni parte, e imparare da questa meravigliosa considerazione a conoscere sé stessi, vedendosi posti tra una infinità e un nulla di estensione, tra una infinità e un nulla di numero, tra una infinità e un nulla di movimento, tra una infinità e un nulla di tempo.
- In base a questo si può imparare a stimarsi nel giusto valore, e formare riflessioni che valgono più di tutto il resto della geometria

Fr. 102 Quando considero la breve durata della mia vita immersa nell'eternità che la precede e che la segue, (*memoria hospitis unius diei prætereuntis*), il piccolo spazio che occupo e anche vedo, inabissato nell'infinita immensità degli spazi che ignoro e che mi ignorano, io mi atterrisco e stupisco nel vedermi qui piuttosto che là, perché non c'è alcuna ragione per cui io sia qui piuttosto che là, ora piuttosto che allora. Chi mi ci ha messo? Per l'ordine e la guida di chi mi è stato destinato questo luogo e questo tempo?

Fr. 102 Quando considero la breve durata della mia vita immersa nell'eternità che la precede e che la segue, (*memoria hospitis unius diei prætereuntis*), il piccolo spazio che occupo e anche vedo, inabissato nell'infinita immensità degli spazi che ignoro e che mi ignorano, io mi atterrisco e stupisco nel vedermi qui piuttosto che là, perché non c'è alcuna ragione per cui io sia qui piuttosto che là, ora piuttosto che allora. Chi mi ci ha messo? Per l'ordine e la guida di chi mi è stato destinato questo luogo e questo tempo?

Fr. 142 La conoscenza dei primi principi, quali l'esistenza dello spazio, del tempo, del moto, dei numeri, [è] tanto sicura quanto quelle che ci forniscono i nostri ragionamenti; ed è proprio su queste conoscenze del cuore e dell'istinto che la ragione deve appoggiarsi e fondarvi tutto il suo discorso. Il cuore sente che esistono tre dimensioni nello spazio e che i numeri sono infiniti; e poi la ragione dimostra che non esistono due numeri quadrati di cui l'uno sia doppio dell'altro. I principi si sentono, gli enunciati si dimostrano, e tutto con certezza, anche se per vie diverse

Fr. 230 Tutto questo mondo visibile non è che un tratto impercettibile nell'ampio seno della natura, nessuna idea vi si avvicina.

- Fr. 230 Tutto questo mondo visibile non è che un tratto impercettibile nell'ampio seno della natura, nessuna idea vi si avvicina.
- Abbiamo un bel gonfiare le nostre concezioni al di là degli spazi immaginabili, generiamo solo atomi rispetto alla realtà delle cose.

- Fr. 230 Tutto questo mondo visibile non è che un tratto impercettibile nell'ampio seno della natura, nessuna idea vi si avvicina.
- Abbiamo un bel gonfiare le nostre concezioni al di là degli spazi immaginabili, generiamo solo atomi rispetto alla realtà delle cose.
 - È una sfera infinita il cui centro è dovunque, la circonferenza in nessun luogo.

- Fr. 230 Tutto questo mondo visibile non è che un tratto impercettibile nell'ampio seno della natura, nessuna idea vi si avvicina.
- Abbiamo un bel gonfiare le nostre concezioni al di là degli spazi immaginabili, generiamo solo atomi rispetto alla realtà delle cose.
 - È una sfera infinita il cui centro è dovunque, la circonferenza in nessun luogo.
 - Infine, è la più grande prova sensibile dell'onnipotenza di Dio il perdersi della nostra immaginazione in questo pensiero.

Dio nel *Liber XXIV philosophorum*

- Nello pseudo-ermetico *Liber XXIV philosophorum* una compilazione anonima del XII secolo la II delle definizioni di Dio è *sphaera infinita cuius centrum ubique, circumphrentia nullibi*.

Dio nel *Liber XXIV philosophorum*

- Nello pseudo-ermetico *Liber XXIV philosophorum* una compilazione anonima del XII secolo la II delle definizioni di Dio è *sphaera infinita cuius centrum ubique, circumpherentia nullibi*.
- Nel *De la causa principio et uno* di Giordano Bruno questa diviene la definizione dell'universo: “possiamo affermare con certezza che l'universo è tutto esso centro, o che il centro dell'universo sta dappertutto e la sua circonferenza in nessun luogo”.

Dio nel *Liber XXIV philosophorum*

- Nello pseudo-ermetico *Liber XXIV philosophorum* una compilazione anonima del XII secolo la II delle definizioni di Dio è *sphera infinita cuius centrum ubique, circumpherentia nullibi*.
- Nel *De la causa principio et uno* di Giordano Bruno questa diviene la definizione dell'universo: “possiamo affermare con certezza che l'universo è tutto esso centro, o che il centro dell'universo sta dappertutto e la sua circonferenza in nessun luogo”.
- Tuttavia, espressioni come questa non vanno prese in modo rigoroso (à la rigueur), avverte Leibniz scrivendo nel 1692 a Foucher. Sono “un po' come gl'immaginari in algebra”, non rigorosi ma utili per la scoperta (*pour l'invention*).

Dio nel *Liber XXIV philosophorum*

- Nello pseudo-ermetico *Liber XXIV philosophorum* una compilazione anonima del XII secolo la II delle definizioni di Dio è *sphera infinita cuius centrum ubique, circumpherentia nullibi*.
- Nel *De la causa principio et uno* di Giordano Bruno questa diviene la definizione dell'universo: “possiamo affermare con certezza che l'universo è tutto esso centro, o che il centro dell'universo sta dappertutto e la sua circonferenza in nessun luogo”.
- Tuttavia, espressioni come questa non vanno prese in modo rigoroso (à la rigueur), avverte Leibniz scrivendo nel 1692 a Foucher. Sono “un po' come gl'immaginari in algebra”, non rigorosi ma utili per la scoperta (*pour l'invention*).
- L'edizione critica dei *Pensieri* rivela che Pascal in realtà cominciò quella frase definendo lo spazio una “sfera spaventosa” (*effrayable*) che poi corresse in “infinita”.

Dio nel *Liber XXIV philosophorum*

- Nello pseudo-ermetico *Liber XXIV philosophorum* una compilazione anonima del XII secolo la II delle definizioni di Dio è *sphaera infinita cuius centrum ubique, circumferentia nullibi*.
- Nel *De la causa principio et uno* di Giordano Bruno questa diviene la definizione dell'universo: “possiamo affermare con certezza che l'universo è tutto esso centro, o che il centro dell'universo sta dappertutto e la sua circonferenza in nessun luogo”.
- Tuttavia, espressioni come questa non vanno prese in modo rigoroso (à la rigueur), avverte Leibniz scrivendo nel 1692 a Foucher. Sono “un po' come gl'immaginari in algebra”, non rigorosi ma utili per la scoperta (*pour l'invention*).
- L'edizione critica dei *Pensieri* rivela che Pascal in realtà cominciò quella frase definendo lo spazio una “sfera spaventosa” (*effrayable*) che poi corresse in “infinita”.
- Il sentimento di spavento ritorna di fronte al “silenzio eterno” del cosmo.

Fr. 230 Che cosa è un uomo nell'infinito?

Fr. 230 Che cosa è un uomo nell'infinito?

- Cos'è l'uomo nella natura? Un nulla rispetto all'infinito, un tutto rispetto al nulla, un punto medio tra il nulla e il tutto. Infinitamente lontano dal comprendere gli estremi, il termine delle cose e il loro principio sono per lui invincibilmente nascosti in un segreto impenetrabile (*cosa potrà dunque capire? egli è al più?*) ugualmente incapace di scorgere il nulla da cui è tratto e l'infinito dove è inghiottito.

Fr. 230 Che cosa è un uomo nell'infinito?

- Cos'è l'uomo nella natura? Un nulla rispetto all'infinito, un tutto rispetto al nulla, un punto medio tra il nulla e il tutto. Infinitamente lontano dal comprendere gli estremi, il termine delle cose e il loro principio sono per lui invincibilmente nascosti in un segreto impenetrabile (*cosa potrà dunque capire? egli è al più?*) ugualmente incapace di scorgere il nulla da cui è tratto e l'infinito dove è inghiottito.
- Che potrà dunque fare se non percepire qualche apparenza di ciò che sta a metà, in un'eterna disperazione di conoscere il principio e la fine?

Fr. 230 Che cosa è un uomo nell'infinito?

- Cos'è l'uomo nella natura? Un nulla rispetto all'infinito, un tutto rispetto al nulla, un punto medio tra il nulla e il tutto. Infinitamente lontano dal comprendere gli estremi, il termine delle cose e il loro principio sono per lui invincibilmente nascosti in un segreto impenetrabile (*cosa potrà dunque capire? egli è al più?*) ugualmente incapace di scorgere il nulla da cui è tratto e l'infinito dove è inghiottito.
- Che potrà dunque fare se non percepire qualche apparenza di ciò che sta a metà, in un'eterna disperazione di conoscere il principio e la fine?
- Tutte le cose sono sorte dal nulla e spinte all'infinito. Chi potrà seguire questi stupefacenti processi?

Fr. 230 Che cosa è un uomo nell'infinito?

- Cos'è l'uomo nella natura? Un nulla rispetto all'infinito, un tutto rispetto al nulla, un punto medio tra il nulla e il tutto. Infinitamente lontano dal comprendere gli estremi, il termine delle cose e il loro principio sono per lui invincibilmente nascosti in un segreto impenetrabile (*cosa potrà dunque capire? egli è al più?*) ugualmente incapace di scorgere il nulla da cui è tratto e l'infinito dove è inghiottito.
- Che potrà dunque fare se non percepire qualche apparenza di ciò che sta a metà, in un'eterna disperazione di conoscere il principio e la fine?
- Tutte le cose sono sorte dal nulla e spinte all'infinito. Chi potrà seguire questi stupefacenti processi?
- L'autore di queste meraviglie le comprende. Nessun altro può farlo.

- Senza aver preso in considerazione questi infiniti, gli uomini si sono spinti temerariamente a indagare la natura, come se ci fosse qualche proporzione tra loro e la natura.

- Senza aver preso in considerazione questi infiniti, gli uomini si sono spinti temerariamente a indagare la natura, come se ci fosse qualche proporzione tra loro e la natura.
- È strano che abbiano voluto comprendere i princìpi delle cose, e da lì giungere fino a conoscere tutto, con una presunzione infinita come il loro oggetto. Infatti, non si può certamente concepire un tale disegno senza una presunzione o senza una capacità infinita, come la natura.

Tra nulla e infinito

- Senza aver preso in considerazione questi infiniti, gli uomini si sono spinti temerariamente a indagare la natura, come se ci fosse qualche proporzione tra loro e la natura.
- È strano che abbiano voluto comprendere i princìpi delle cose, e da lì giungere fino a conoscere tutto, con una presunzione infinita come il loro oggetto. Infatti, non si può certamente concepire un tale disegno senza una presunzione o senza una capacità infinita, come la natura.
- Ci si crede naturalmente ben più capaci di arrivare al centro delle cose che di abbracciarne la circonferenza, e l'estensione visibile del mondo palesemente ci supera.

- Senza aver preso in considerazione questi infiniti, gli uomini si sono spinti temerariamente a indagare la natura, come se ci fosse qualche proporzione tra loro e la natura.
- È strano che abbiano voluto comprendere i princìpi delle cose, e da lì giungere fino a conoscere tutto, con una presunzione infinita come il loro oggetto. Infatti, non si può certamente concepire un tale disegno senza una presunzione o senza una capacità infinita, come la natura.
- Ci si crede naturalmente ben più capaci di arrivare al centro delle cose che di abbracciarne la circonferenza, e l'estensione visibile del mondo palesemente ci supera.
- Ma poiché siamo noi a superare le cose piccole, ci crediamo più capaci di dominarle, e tuttavia non occorre meno capacità per giungere fino al nulla che fino al tutto.

- Senza aver preso in considerazione questi infiniti, gli uomini si sono spinti temerariamente a indagare la natura, come se ci fosse qualche proporzione tra loro e la natura.
- È strano che abbiano voluto comprendere i principi delle cose, e da lì giungere fino a conoscere tutto, con una presunzione infinita come il loro oggetto. Infatti, non si può certamente concepire un tale disegno senza una presunzione o senza una capacità infinita, come la natura.
- Ci si crede naturalmente ben più capaci di arrivare al centro delle cose che di abbracciarne la circonferenza, e l'estensione visibile del mondo palesemente ci supera.
- Ma poiché siamo noi a superare le cose piccole, ci crediamo più capaci di dominarle, e tuttavia non occorre meno capacità per giungere fino al nulla che fino al tutto.
- In entrambi i casi occorre una capacità infinita.

- Riconosciamo dunque i limiti della nostra possibilità: siamo qualcosa e non siamo tutto. Il nostro essere ci sottrae la conoscenza dei primi princìpi, che nascono dal nulla, e la pochezza del nostro essere ci nasconde la vista dell'infinito.

Tra nulla e infinito

- Riconosciamo dunque i limiti della nostra possibilità: siamo qualcosa e non siamo tutto. Il nostro essere ci sottrae la conoscenza dei primi princìpi, che nascono dal nulla, e la pochezza del nostro essere ci nasconde la vista dell'infinito.
- Limitati in tutti i campi, questa condizione intermedia tra due estremi si riscontra in tutte le nostre facoltà

Tra nulla e infinito

- Riconosciamo dunque i limiti della nostra possibilità: siamo qualcosa e non siamo tutto. Il nostro essere ci sottrae la conoscenza dei primi princìpi, che nascono dal nulla, e la pochezza del nostro essere ci nasconde la vista dell'infinito.
- Limitati in tutti i campi, questa condizione intermedia tra due estremi si riscontra in tutte le nostre facoltà
- Ecco la nostra vera condizione. Il che ci rende incapaci di sapere in modo certo e di ignorare in modo assoluto. Navighiamo in un ampio spazio intermedio, sempre incerti e ondeggianti, spinti da un capo all'altro

- Riconosciamo dunque i limiti della nostra possibilità: siamo qualcosa e non siamo tutto. Il nostro essere ci sottrae la conoscenza dei primi princìpi, che nascono dal nulla, e la pochezza del nostro essere ci nasconde la vista dell'infinito.
- Limitati in tutti i campi, questa condizione intermedia tra due estremi si riscontra in tutte le nostre facoltà
- Ecco la nostra vera condizione. Il che ci rende incapaci di sapere in modo certo e di ignorare in modo assoluto. Navighiamo in un ampio spazio intermedio, sempre incerti e ondegianti, spinti da un capo all'altro
- Nell'orizzonte di questi infiniti, tutti i finiti sono uguali, e non vedo perché fermare la propria immaginazione sull'uno piuttosto che sull'altro. Il solo confronto che stabiliamo tra noi e il finito ci addolora.

- Riconosciamo dunque i limiti della nostra possibilità: siamo qualcosa e non siamo tutto. Il nostro essere ci sottrae la conoscenza dei primi princìpi, che nascono dal nulla, e la pochezza del nostro essere ci nasconde la vista dell'infinito.
- Limitati in tutti i campi, questa condizione intermedia tra due estremi si riscontra in tutte le nostre facoltà
- Ecco la nostra vera condizione. Il che ci rende incapaci di sapere in modo certo e di ignorare in modo assoluto. Navighiamo in un ampio spazio intermedio, sempre incerti e ondeggianti, spinti da un capo all'altro
- Nell'orizzonte di questi infiniti, tutti i finiti sono uguali, e non vedo perché fermare la propria immaginazione sull'uno piuttosto che sull'altro. Il solo confronto che stabiliamo tra noi e il finito ci addolora.

Fr. 233 Il silenzio eterno di questi spazi infiniti mi atterrisce.



- “interminati spazi [...] e sovrumani silenzi, e profondissima quiete [...] ove per poco il cor non si spaura” dei suoi celebri versi.



- “interminati spazi [...] e sovrumani silenzi, e profondissima quiete [...] ove per poco il cor non si spaura” dei suoi celebri versi.
- Per Leopardi l'infinito “è un'idea, un sogno, non una realtà: almeno niuna prova abbiamo dell'esistenza di esso, neppur per analogia, e possiam dire di essere a un'infinita distanza dalla cognizione e dalla dimostrazione di una tale esistenza”,

interminati spazi [...] e sovrumani silenzi



- “interminati spazi [...] e sovrumani silenzi, e profondissima quiete [...] ove per poco il cor non si spaura” dei suoi celebri versi.
- Per Leopardi l'infinito “è un'idea, un sogno, non una realtà: almeno niuna prova abbiamo dell'esistenza di esso, neppur per analogia, e possiam dire di essere a un'infinita distanza dalla cognizione e dalla dimostrazione di una tale esistenza”,
- anzi “si potrebbe anche disputare non poco se l'infinito sia possibile (cosa che alcuni moderni hanno ben negato) e se questa idea, figlia della nostra immaginazione, non sia contraddittoria in sé stessa, cioè falsa in metafisica”



- Per Leopardi “niente nella natura annuncia l'infinito, l'esistenza di alcuna cosa infinita. L'infinito è un parto della nostra immaginazione”.



- Per Leopardi “niente nella natura annuncia l'infinito, l'esistenza di alcuna cosa infinita. L'infinito è un parto della nostra immaginazione”.
- “l'anima non vedendo i confini, riceve l'impressione di una specie di infinità, e confonde l'indefinito coll'infinito; non però comprende né concepisce effettivamente nessuna infinità”;



- Per Leopardi “niente nella natura annuncia l'infinito, l'esistenza di alcuna cosa infinita. L'infinito è un parto della nostra immaginazione”.
- “l'anima non vedendo i confini, riceve l'impressione di una specie di infinità, e confonde l'indefinito coll'infinito; non però comprende né concepisce effettivamente nessuna infinità”;
- neppure la nostra facoltà conoscitiva o quella immaginativa “è capace dell'infinito, o di concepire infinitamente, ma solo dell'indefinito, e di concepire indefinitamente”.



- Per Leopardi “niente nella natura annuncia l'infinito, l'esistenza di alcuna cosa infinita. L'infinito è un parto della nostra immaginazione”.
- “l'anima non vedendo i confini, riceve l'impressione di una specie di infinità, e confonde l'indefinito coll'infinito; non però comprende né concepisce effettivamente nessuna infinità”;
- neppure la nostra facoltà conoscitiva o quella immaginativa “è capace dell'infinito, o di concepire infinitamente, ma solo dell'indefinito, e di concepire indefinitamente”.
- “Pare che solamente quello che non esiste, la negazione dell'essere, il niente possa essere senza limiti, e che l'infinito venga in sostanza ad esser lo stesso che il nulla”.

Pascal, *Problemi relativi alla cicloide*, 1658

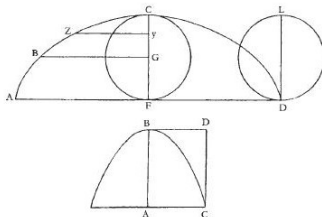
1.

[PRIMA LETTERA CIRCOLARE]

Mentre da parecchi mesi facevamo alcune riflessioni sulla cicloide^A e i suoi centri di gravità, ci siamo imbattuti in problemi abbastanza ardui e difficili, a quel che pare, la cui soluzione chiediamo rispettosamente ai più eminenti geometri del mondo, proponendo loro un premio, non a mo' di remunerazione (lungi da noi quest'idea!), ma come pubblico attestato della nostra deferenza, anzi del merito di coloro che avranno trovato queste soluzioni.

Ecco quali sono i problemi che poniamo:

Dato un punto qualunque Z, su una cicloide qualunque ABCD, da cui si conduce ZY, parallelamente alla base AD, la retta ZY che interseca l'asse CF al punto Y; si richiede:



La dimensione della superficie CZY. Il suo centro di gravità. I volumi dei solidi generati dalla rivoluzione della suddetta superficie CZY, sia attorno a ZY che attorno a CY. E i centri di gravità di questi solidi.

Se i medesimi solidi sono intersecati da un piano condotto dall'asse; in modo tale che si formino, da una parte e dall'altra, due solidi, cioè due a partire dal solido generato attorno alla base ZY, e due a partire dal solido generato attorno all'asse CY, noi chiediamo anche i centri di gravità di ciascuno di questi solidi.

^A Sarà data la definizione della cicloide alla fine di questo scritto.

LETTRES DE A. DETTONVILLE

CONTENANT

QUELQUES-UNES DE SES INVENTIONS DE GÉOMÉTRIE,

SAVOIR :

La résolution de tous les problèmes touchant la roulette
qu'il avait proposez publiquement au mois de juin 1658.

L'égalité entre les lignes courbes de toutes sortes de roulettes
et des lignes elliptiques.

L'égalité entre les lignes spirale et parabolique démontrée
à la manière des Anciens.

La dimension d'un solide formé par le moyen d'une spirale
autour d'un cône.

La dimension et le centre de gravité des triangles cylindriques.

La dimension et le centre de gravité de l'escalier.

Un traité des trilignes et de leurs onglets.

Un traité des sinus et des arcs de cercles.

Un traité des solides circulaires.

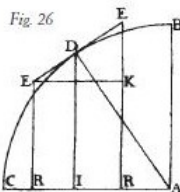
À Paris,
Chez Guillaume Desprez, rue Saint-Jacques,
à l'Image Saint Prosper.

Lemma, figura 26

Sia ABC un quarto di cerchio, il cui raggio AB sia considerato come asse, e il raggio perpendicolare AC come base; sia D un punto qualunque nell'arco, dal quale sia condotto il seno DI sul raggio AC; e la tangente DE, in cui siano presi i punti E dove si vorrà, da qui siano condotte le perpendicolari ER sul raggio AC.

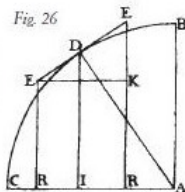
Dico che il rettangolo compreso dal seno DI e dalla tangente EE è uguale al rettangolo compreso dalla porzione della base (chiusa fra le parallele) e il raggio AB.

Infatti il raggio AD sta al seno DI come EE sta a RR o a EK; il che appare chiaramente a causa dei triangoli rettangoli e simili DIA, EKE, essendo l'angolo EEK o EDI uguale all'angolo DAI.

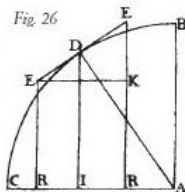


Dai manoscritti di Pascal al calcolo differenziale

- Leggendo i manoscritti di Pascal
“subito lucem haussi”, scrive Leibniz a
Tschirnhaus nel 1679.

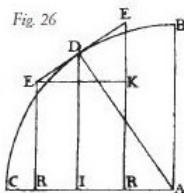


Dai manoscritti di Pascal al calcolo differenziale



- Leggendo i manoscritti di Pascal “subito lucem haussi”, scrive Leibniz a Tschirnhaus nel 1679.
- Era infatti questa la figura che Leibniz aveva davanti agli occhi quando ebbe l'intuizione del “triangolo caratteristico” EEK, primo passo nell'invenzione del calcolo differenziale.

Dai manoscritti di Pascal al calcolo differenziale



- Leggendo i manoscritti di Pascal “subito lucem haussi”, scrive Leibniz a Tschirnhaus nel 1679.
- Era infatti questa la figura che Leibniz aveva davanti agli occhi quando ebbe l'intuizione del “triangolo caratteristico” EEK, primo passo nell'invenzione del calcolo differenziale.
- Pascal aveva in mente un problema di quadratura, e sembrava “procedere con gli occhi bendati”, scriverà Leibniz a Bernoulli nel 1703.

Pascal a Fermat, 10 agosto 1660



“Per parlarvi francamente della geometria, la considero il più alto esercizio della mente (*esprit*), ma al contempo la ritengo così inutile, che faccio poca differenza tra un uomo che è solo un geometra e un abile artigiano. Così io lo definisco il più bel mestiere del mondo, ma alla fine non è che un mestiere”