

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

DIPARTIMENTO DI ECONOMIA INTERNAZIONALE
DELLE ISTITUZIONI E DELLO SVILUPPO

Carlo Beretta

Appunti su giochi e istituzioni:

4 - Cenni su esistenza, unicità e proprietà degli equilibri di un gioco

N. 1104



V&P VITA E PENSIERO

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

**DIPARTIMENTO DI ECONOMIA INTERNAZIONALE
DELLE ISTITUZIONI E DELLO SVILUPPO**

Carlo Beretta

Appunti su giochi e istituzioni:

4 - Cenni su esistenza, unicità e proprietà degli equilibri di un gioco

N. 1104

V&P VITA E PENSIERO

Comitato direttivo

Carlo Beretta, Angelo Caloia, Guido Merzoni, Alberto Quadrio Curzio

Comitato scientifico

Carlo Beretta, Ilaria Beretta, Simona Beretta, Angelo Caloia, Giuseppe Colangelo, Marco Fortis, Bruno Lamborghini, Mario Agostino Maggioni, Guido Merzoni, Valeria Miceli, Fausta Pellizzari, Alberto Quadrio Curzio, Claudia Rotondi, Teodora Erika Uberti, Luciano Venturini, Marco Zanobio, Roberto Zoboli

Prima di essere pubblicati nella Collana Quaderni del Dipartimento di Economia internazionale, delle istituzioni e dello sviluppo edita da Vita e Pensiero, tutti i saggi sono sottoposti a valutazione di due studiosi scelti prioritariamente tra i membri del Comitato Scientifico composto dagli afferenti al Dipartimento.

I Quaderni del Dipartimento di Economia internazionale, delle istituzioni e dello sviluppo possono essere richiesti alla Segreteria (Tel. 02/7234.3788 - Fax 02/7234.3789 - E-mail: segreteria.diseis@unicatt.it). www.unicatt.it/dipartimenti/diseis

Università Cattolica del Sacro Cuore, Via Necchi 5 - 20123 Milano

www.vitaepensiero.it

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Le fotocopie effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da CLEARedi, Centro Licenze e Autorizzazioni per le Riproduzioni Editoriali, Corso di Porta Romana 108, 20122 Milano, e-mail: autorizzazioni@clearedi.org e sito web www.clearedi.org

All rights reserved. Photocopies for personal use of the reader, not exceeding 15% of each volume, may be made under the payment of a copying fee to the SIAE, in accordance with the provisions of the law n. 633 of 22 april 1941 (art. 68, par. 4 and 5). Reproductions which are not intended for personal use may be only made with the written permission of CLEARedi, Centro Licenze e Autorizzazioni per le Riproduzioni Editoriali, Corso di Porta Romana 108, 20122 Milano, e-mail: autorizzazioni@clearedi.org, web site www.clearedi.org.

Abstract

A simple proof of existence of a non cooperative Nash equilibrium is briefly discussed, together with an introduction to the problems arising from its uniqueness or non uniqueness, to the properties which can be ascribed to an equilibrium and those connected with the search for an equilibrium.

JEL. C7 – Games

INDICE

Alcuni problemi legati al concetto di equilibrio di un gioco	p. 7
4.1 - Esistenza	7
4.2 - Unicità	22
4.3 - Il processo di ricerca di un equilibrio	29
4.4 - Efficienza	53
Riferimenti bibliografici	71
Appendice al cap. 4 - Una digressione sul dilemma del prigioniero	73

Alcuni problemi legati al concetto di equilibrio di un gioco

Data una prima sommaria definizione di cosa si intende per soluzione e per equilibrio di un gioco, occorre affrontare tre problemi molto importanti che però sono analiticamente difficili e cui si farà cenno solo sommariamente: quello dell'esistenza di un equilibrio, quello dell'eventuale unicità o pluralità degli equilibri ed infine quello dell'esistenza di processi in grado di portare ad un equilibrio quando l'insieme degli equilibri non sia conosciuto da almeno uno dei giocatori o magari sia ignoto a tutti. Dal punto di vista di queste note, però, si è interessati soprattutto ai problemi che si presentano una volta che sia garantita l'esistenza ed eventualmente l'unicità dell'equilibrio.

Sulla base delle conclusioni così raggiunte, si discuterà poi il problema dell'efficienza. Restano infine da studiare le possibili estensioni della teoria in discussione, in particolare quelle che riguardano i giochi ad informazione incompleta.

4.1. Esistenza

In economia, quando si studiano sistemi composti da più di un agente, essere fuori dall'equilibrio può allora significare due cose: o la scelta di un agente, nel nostro caso di a_f non è realizzabile dato a_{-f} , o il risultato a cui f , ed eventualmente anche qualche altro agente, mira adottando il comportamento a_f o non può essere conseguito o non è il migliore che possa essere da lui conseguito, dato il comportamento degli altri. In equilibrio vi è realizzabilità e compatibilità delle azioni dei singoli individui, realizzabilità e compatibilità dei risultati a cui ciascuno mira, e vi è ottimalità del comportamento individuale, ma solo dato il comportamento degli altri.

Nelle ipotesi usate nella teoria dei giochi, a_f è sempre realizzabile purché appartenga ad A_f , quale che sia il comportamento tenu-

to dagli altri, a_{-f} , così che il primo problema non può mai sorgere.¹ Se $r(a)$ è noto a tutti i giocatori, ciascuno sa se un risultato è raggiungibile o meno, così che anche questo problema può essere accantonato. Rimane solo la subottimalità della scelta effettuata, anche in questo caso, però, si noti la dipendenza dell'ottimalità della scelta di ciascun giocatore dalle scelte indipendentemente effettuate dagli altri.²

In definitiva, fuori dall'equilibrio l'ottimalità individuale viene meno: almeno qualche agente, cambiando la propria strategia, può raggiungere un risultato che preferisce a quello associato alla scelta subottimale, sempre dato il comportamento degli altri, specificato in a_{-f} . L'agente che si trova in questa situazione avrà motivi per cambiare la propria decisione. Ma se f' modifica il proprio comportamento, per ogni altro f'' cambia l'insieme dei comportamenti che giustificavano l'adozione da parte sua di $a_{f'}$, dal momento che cambia $a_{-f'}$, e potrà essere indotto a modificare il proprio comportamento, con riflessi su f' e su ogni altro agente diverso da f' , e così via.

In equilibrio, ciascun agente ha ragione di adottare a_f^* pur aspettandosi tutte le conseguenze del proprio comportamento, dato il comportamento tenuto dagli altri, a_{-f}^* ; in disequilibrio, almeno un agente vorrebbe fare qualcosa di diverso da a_f , dato quello di ciascun altro agente. Di conseguenza, se si ritrovassero a decidere nelle stesse condizioni, vale a dire se non si verificano mutamenti negli elementi che vengono presi come esogenamente dati, in disequilibrio almeno un agente, se si aspetta che gli altri riconfermino le proprie scelte, ha ragioni per cambiare il proprio comportamento.³

¹ Per confronto, si rammenti che in un modello di equilibrio generale un agente può desiderare di vendere una certa quantità di un determinato bene, ma non trovare nessuno che voglia comprarla.

² Anche qui, a scopo di confronto, si rammenti che negli schemi di equilibrio generali più semplici in cui non vi sono effetti esterni, ciò che è ottimale per un individuo non dipende dalle scelte degli altri. Per contro, negli schemi di concorrenza perfetta si sa che, in equilibrio, vi è simultaneamente ottimalità delle scelte individuali ed efficienza paretiana dell'equilibrio raggiunto, efficienza che invece è lungi dall'essere garantita in corrispondenza agli equilibri di un gioco.

³ Per vedere quanto è debole l'affermazione che si sta facendo, si noti che,

D'altra parte, una volta che si sia eventualmente raggiunto una situazione di equilibrio, v'è la possibilità, anche se non la necessità, di ritenere che ciascun individuo e il sistema nel suo complesso si comporterà nella stessa maniera volta dopo volta, che la situazione raggiunta abbia caratteristiche di permanenza che rendono interessante studiare le sue proprietà.⁴ Questo è molto meno di quel che vale per altri equilibri studiati in economia, tranne in situazioni peculiari su cui si ritornerà tra breve.⁵

Si rammenti che, in generale, non è possibile per un giocatore costringere gli altri a giocare l'equilibrio da lui prescelto⁶, e anche quando è possibile, che ne abbia l'interesse.⁷ Nei contesti di gioco, la

per f, cambiare la propria scelta può rendere irrealistica l'ipotesi che gli altri, a loro volta, magari scontando il suo cambiamento, non cambino il proprio comportamento ma ciò non ostante non ha ragioni per riconfermare la scelta iniziale e ne ha per modificarla.

⁴ Concepire l'equilibrio come l'insieme di scelte che verrebbero ripetute se lo stesso gioco si ripresentasse pone problemi nel contesto dei giochi anche quando si considerano solo quelli con unico equilibrio. Occorre che lo stesso gioco si ripresenti "inaspettatamente", almeno nel caso in cui non si abbia a che fare con giochi a somma nulla. Negli altri casi, se si sa che il gioco è destinato a ripetersi, bisogna usare la teoria dei giochi ripetuti, in cui la singola ripetizione deve essere vista come una "mano" del gioco complessivo formato dalla successione di mani. A seconda dei casi, si possono aprire la possibilità ed i problemi connessi, ad esempio, all'uso della reputazione, credibilità e fiducia, da un lato, e della ritorsione, dall'altro, a cui si farà cenno più avanti. In quelle condizioni, quel che si è detto sull'equilibrio della singola mano generalmente non vale.

⁵ Si confronti, ad esempio, quel che si può dire in questi casi con quel che si può dire sugli equilibri di perfetta concorrenza. Ma, per contrapposto, si noti come la struttura che caratterizza la perfetta concorrenza sia molto più ricca, e perciò potenzialmente imbarazzante, di quella utilizzata qui per descrivere un gioco.

⁶ Questo è ovvio nei giochi che hanno più di un equilibrio. Su questo punto si veda Aumann (1990).

⁷ L'equilibrio può essere inefficiente nel senso di Pareto. Si rammenti il caso del dilemma del prigioniero dove ciascun giocatore, lungi dal costringere, è in un certo senso costretto all'equilibrio.

nozione di equilibrio è quindi molto più delicata di quanto accade solitamente.

Posti di fronte ad un gioco, la prima tentazione, in verità un po' sordida, è quella di cercare la sua soluzione.⁸ Vi possono essere buone ragioni per mettersi in grado di fare anche questo; ad esempio, lo si può dover giocare.⁹ Cedere a questa tentazione è spesso pericoloso.¹⁰ Calcolare la soluzione è, in genere, assai poco informativo, talvolta assolutamente inutile,¹¹ e può indurvi a credere di aver risposto a tutte le domande rilevanti che quel gioco vi pone, la qual cosa è lungi dall'essere vera.

Il primo problema che ci si deve porre è se, e sotto quali condizioni, esista un equilibrio del particolare gioco che si sta esaminando.¹² Da questo punto di vista, gli esempi di gioco che si sono ri-

⁸ Naturalmente occorre distinguere il saper calcolare una soluzione, sapere come si fa e cosa si deve fare, dal calcolarla effettivamente. Come recita un vecchio detto: "*Impara l'arte, ...*", ma continua "*... e mettila da parte*", per usarla solo se e quando se ne presenta la necessità. Ciò che è veramente interessante non sono i calcoli, di solito tediosi, ma è il metodo che si segue e le sue giustificazioni: si va tranquilli fino all'eliminazione delle strategie strettamente dominate; quando ammettere l'eliminazione delle strategie iterativamente strettamente dominate? E cosa si rischia con l'eliminazione delle strategie debolmente dominate? E cosa fare una volta che ci si sia ridotti alle strategie non dominate? Sembrano questi i problemi più rilevanti, o quelli sulle proprietà di cui è dotato l'eventuale equilibrio determinato, più che non fare fare i conti, anche se alla fine ci si può essere costretti.

⁹ E comunque bisogna far i conti con il sadismo di chi prepara le domande d'esame.

¹⁰ Se il sadico è veramente sadico, e per di più è anche affetto da masochismo, vi farà fare un sacco di conti complicati che è facile sbagliare.

¹¹ Si pensi a cosa vi dice, quanto informativa è la soluzione del gioco pari o dispari nel caso in cui lo dobbiate giocare una sola volta.

¹² Se si sa che il gioco non ha un equilibrio è inutile mettersi a fare conti, e se non si sa se esiste un equilibrio, è dubbio che valga la pena di calcolare; e v'è la possibilità che ci sia più di un equilibrio e allora, dopo averne calcolato uno, non si sa se è il caso di fermarsi o se si deve andare avanti. Ma il problema grosso è: che fare nei, e che dire sui, giochi che non hanno un equilibrio nel senso sopra definito?

portati sono molto ingannevoli perché hanno tutti almeno un equilibrio e gli equilibri sono molto visibili: basta un attimo d'attenzione per trovarli e per trovarli tutti.

La formulazione del problema di esistenza che si è data sopra è un po' peculiare, come si vedrà meglio tra breve non è molto generale; essa riflette una tradizione molto antica in economia, quella di definire un equilibrio in maniera indipendente dall'eventuale processo attraverso cui il sistema si muove verso di esso e dall'esistenza stessa di un processo in grado di portare ad esso. In questo modo di vedere, il fatto che uno stato sia un equilibrio o meno dipende solo dagli elementi esogeni a cui si è già fatto cenno; si parte dagli elementi esogeni e si vede se c'è un qualche insieme di azioni che soddisfano le condizioni per essere un equilibrio.

Nella formulazione più generale, studiare l'esistenza è invece equivalente ad individuare la classe di situazioni iniziali, l'insieme di condizioni che devono essere soddisfatte dagli elementi esogeni affinché esista un insieme di decisioni che sia un equilibrio, vale a dire, un insieme di decisioni che, se prese, potranno non venire, possibilmente non verranno mai, riviste nel senso sopra precisato.

Si rammenti che gli elementi esogeni principali sono costituiti dall'insieme dei giocatori, dagli insiemi di azioni A_f ammissibili per ciascun giocatore, dalla relazione che associa a ciascun vettore di azioni a un risultato $r(a)$, dai criteri di valutazione utilizzati da ciascun f nel decidere le azioni da adottare u^f .

Vi sono due tipi di dimostrazioni di esistenza, una più generale usata soprattutto quando un gioco è descritto nella sua forma strategica ed una valida solo per giochi finiti descritti in forma estesa. Quest'ultima è un caso particolare della prima ma, in determinate condizioni, è più discriminante della prima quando vi sono più equilibri.

Cominciando con la dimostrazione più generale, essa poggia sulle caratteristiche delle funzioni di miglior risposta e dà, come del resto l'altra, solo condizioni sufficienti a garantire l'esistenza. Come si è visto nel cap. 3, una volta esteso il dominio delle scelte da A_f a ΔA_f ,¹³ ossia allargato l'insieme delle strategie includendo quelle mi-

¹³ Da un punto di vista formale, con riferimento agli esempi riportati nel

ste accanto a quelle pure, ogni strategia dominante è una miglior risposta per qualche scelta di a_{-f} in ΔA_{-f} . L'insieme delle migliori risposte ad a_{-f} coincide con l'insieme delle soluzioni del problema

$$\max_{a_f} u^f[r(a_f, a_{-f})]$$

soggetto al vincolo

$$a_f \in \Delta A_f$$

Il fatto che ΔA_f sia compatto, ossia chiuso e limitato, e che u^f sia continua, basta per poter applicare il teorema di Weierstrass e quindi per dimostrare che l'insieme in questione non è mai vuoto. È ovvio che ΔA_f è convesso, ossia che se a'_f ed a''_f , anche

$$a_f(\lambda) = \lambda a'_f - (1 - \lambda) a''_f \in \Delta A_f,$$

per ogni $0 \leq \lambda \leq 1$.

Imporre che u^f sia quasi concava in a_f significa chiedere che, per ogni $a'_f, a''_f \in \Delta A_f$,

cap. 1, questo viene ottenuto “allargando” A , per includervi non solo le strategie pure ma anche le strategie miste. Di fatto, in quasi tutti gli esempi, per la discussione che ne abbiamo fatto, sono rilevanti solo le strategie pure: l'eccezione più importante è il gioco pari e dispari. Quest'ultimo è un esempio di gioco che non ha soluzione se non in strategie miste. (Sapete dimostrare questa affermazione?) Considerare le strategie miste ha portato automaticamente a studiare i vincoli da porre su r e soprattutto su u . Uno dei contributi più importanti del lavoro di von Neumann - Morgenstern (1944) riguarda proprio questo punto, l'elaborazione di una teoria della scelta in condizioni di incertezza ed in particolare la costruzione di una funzione di utilità appropriata per descrivere il comportamento in queste situazioni.

$$u^f[r(a_f(\lambda); a_{-f})] \geq \min [u^f[r(a'_f; a_{-f})]; u^f[r(a''_f; a_{-f})]].$$

È facile vedere che la quasi concavità implica che, se a'_f ed a''_f sono soluzioni del problema di massimizzazione sopra definito, anche $a_f(\lambda)$ deve essere una soluzione. Ne segue che l'insieme delle soluzioni, che nelle condizioni stipulate si sa non essere vuoto, deve essere convesso, se contiene più di un elemento, un continuo.

Rafforzare la quasi concavità richiedendo la stretta quasi concavità significa chiedere che, per ogni $a'_f, a''_f \in \Delta A_f$,

$$u^f[r(a_f(\lambda); a_{-f})] > \min [u^f[r(a'_f; a_{-f})]; u^f[r(a''_f; a_{-f})]],$$

ovviamente per ogni $0 < \lambda < 1$. Un attimo di riflessione basta a vedere che, se u^f è strettamente quasi concava in a_f , la soluzione del problema in discussione deve essere unica.¹⁴ Questo è il caso in cui B^f si riduce a una funzione.

Infine, si può dimostrare che la continuità di u^f e la compattezza di ΔA_f implicano che l'immagine di (a_f, a_{-f}) generata da B^f sia chiusa e limitata. Di fatto, in questo caso, il concetto di miglior risposta definisce una funzione¹⁵ o una corrispondenza¹⁶ da ΔA in ΔA_f che è sia superiormente che inferiormente continua.

In maniera più compatta, si scrive:

$$B^f(\underline{a}) = \{\operatorname{argmax}_{a_f} u^f[r(a_f, a_{-f})] \mid a_f \in A_f, a_{-f} = \underline{a}_{-f}\}.$$

È importante insistere sul fatto che, per assicurare che una simile relazione esista e sia definita su ogni punto di ΔA , occorre imporre condizioni sia sul legame azioni-risultati, cioè su $r(a)$, sia sulla struttura di u^f .¹⁷ Soddisfatte queste condizioni, si ha che

¹⁴ E ovviamente un insieme che contiene un unico elemento è convesso.

¹⁵ Quando la soluzione del problema di massimizzazione che si sta considerando è unica.

¹⁶ Quando l'insieme delle soluzioni contiene più di un elemento.

¹⁷ Negli esempi riportati in precedenza, A è finito e molto piccolo. Costruire l'esempio è in pratica equivalente a definire $r(a)$ o, più spesso, direttamente

$$B^f(a): A \rightarrow A_f,$$

vale a dire $B^f(a)$ definisce una trasformata da A in A_f . Rafforzando le condizioni su $r(a)$ ed u^f ,

La parte più delicata e le restrizioni maggiori sono quelle che riguardano i vincoli che occorre imporre su $r(a)$ ed u^f ¹⁸ per ottenere la continuità delle funzioni di miglior risposta.¹⁹

Si pongono infine condizioni su ΔA , essenzialmente si chiede che questo insieme sia chiuso, limitato e convesso.

Le funzioni di miglior risposta definiscono una trasformata continua, B , dell'insieme A ²⁰ in se stesso:

$$B(a) = \{B^1(a), \dots, B^f(a), \dots, B^F(a)\}.$$

Le condizioni sopra riportate garantiscono l'esistenza di un punto fisso della trasformata, per il teorema di Brouwer, nel caso in cui $B(a)$ sia una funzione, o di Kakutani, quando $B(a)$ è una corrispondenza, vale a dire che esiste un a^* tale che $B(a^*) = a^*$, e si dimostra facilmente che ogni punto fisso di $B(a)$ è un equilibrio di Nash.

Tutti questi elementi dovrebbero essere visti in dettaglio e quel che si è detto serve solo a dare un'idea del percorso che si deve fare per ottenere determinati risultati. Ma, con le opportune interpretazioni ed adattamenti, questo è il problema più astratto e generale

$u[r(a)]$. È questo che nasconde le difficoltà di dire qualcosa di generale su r ed u , ad esempio, sotto quali condizioni sono definite e quali limitazioni implica, cosa vuol dire, supporre che queste condizioni siano soddisfatte.

¹⁸ Tipicamente, si vorrebbe concavità di r e almeno quasi-concavità di u . Anche qui, il problema non è tanto trovare delle condizioni che implicano il soddisfacimento delle proprietà desiderate, quanto vedere quali casi ricadono sotto il loro dominio e quali casi invece escludono.

¹⁹ Quando A è finito, ogni funzione definita su di esso è automaticamente continua; ovviamente i problemi interessanti su questo punto sorgono quando A non è finito ma ha la potenza del continuo, come accade quando A è esteso a ΔA o in situazioni come quelle del duopolio di Cournot.

²⁰ Eventualmente allargato con l'inclusione delle strategie miste.

che si possa studiare in questo campo.²¹ Da esso si parte per studiare come è fatto l'insieme dei giochi che ammettono una soluzione. Non esistono trattazioni generali di quest'ultimo argomento, dal momento che è difficile caratterizzare l'insieme dei giochi ipotizzabili e soprattutto dotarlo di un'opportuna struttura topologica e algebrica²². Si sono esaminati casi particolari. Questo problema è stato studiato, ad esempio, per le economie di perfetta concorrenza che, almeno da certi punti di vista, possono essere trattate come giochi; qui si dispone di risultati abbastanza forti.²³

È tradizione illustrare l'applicazione del teorema in questione al caso del gioco pari e dispari. Siano i due giocatori A e B, con A che punta sul pari e B sul dispari. Ciascuno dispone di due strategie pure, giocare sempre pari o giocare sempre dispari. Quale che sia la scelta fatta tra queste strategie, come si è visto, si arriva sempre a una soluzione del gioco, alla razionalizzabilità delle scelte di ciascuno dei giocatori.

Si allarghi ora l'insieme delle strategie che ciascun giocatore può adottare consentendo a ciascuno l'uso di strategie miste. Ad esempio, A può giocare pari con probabilità $0 \leq p^A \leq 1$.²⁴ Sia poi $0 \leq$

²¹ Non ci si deve lasciar trarre in inganno dall'apparente semplicità della formulazione. Ad esempio, $r(a)$ può essere il risultato di più giochi giocati simultaneamente, eventualmente composti di più giochi a loro volta variamente combinati tra di loro. Ma questo richiede di essere in grado di risolvere i problemi sull'algebra dei giochi a cui si farà cenno tra breve, da un lato, e, anche una volta superati questi aspetti, vedere quanto sono "credibili" le condizioni che occorre porre per ottenere il soddisfacimento delle condizioni che si devono imporre su $B(a)$. Solo a questo stadio si potrebbe sperare di dire qualcosa di sensato sul funzionamento di un'economia visto come il risultato di un unico gioco complesso.

²² In pratica, si sa molto poco su come misurare quanto due giochi siano differenti tra di loro, su cosa succede quando si "combinano" due o più giochi.

²³ Ma anche in questo caso, più sulle proprietà topologiche che su quelle algebriche. Eppure esistono campi in cui sono le eventuali proprietà algebriche ad essere rilevanti: si pensi a due economie autarchiche che decidono di passare al libero scambio, di prodotti e di fattori, la nuova economia è ottenuta "unendo" o "sommando" le due economie di partenza.

²⁴ E ovviamente dispari con probabilità pari a $1 - p^A$.

$p^B \leq 1$ la probabilità con cui B gioca pari. L'insieme delle coppie di strategie adottabili dai giocatori può essere facilmente rappresentato con l'insieme dei punti appartenenti al quadrato con base ed altezza 0 - 1, riportato nella fig. 4.1.

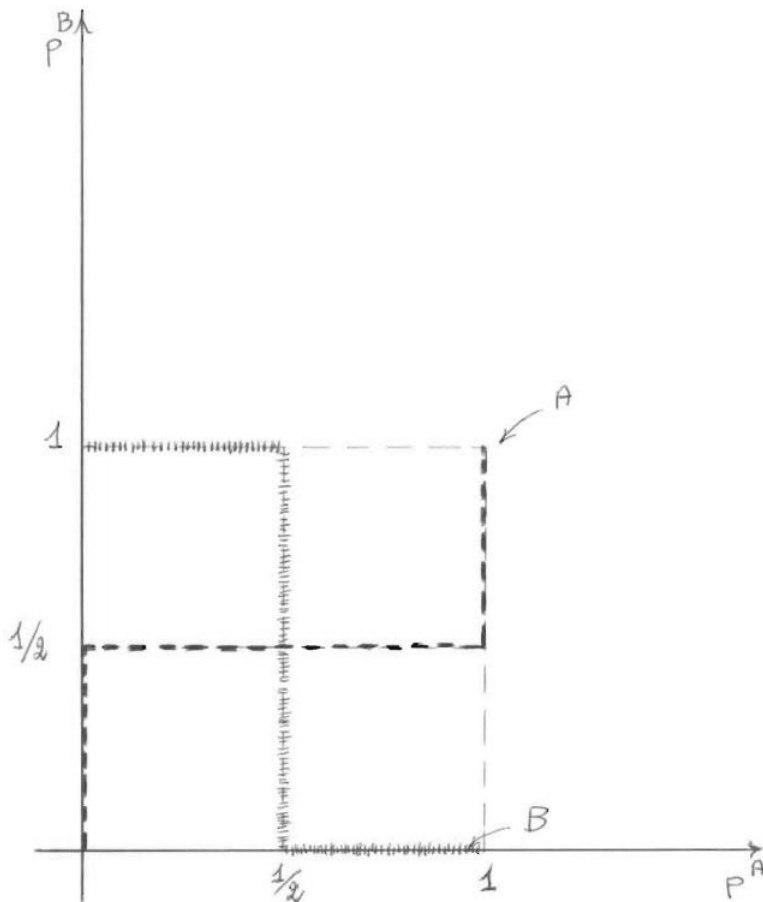


Fig. 4.1

Restano ora da costruire le funzioni, in questo caso corrispondenze, di miglior risposta. A deve scegliere p^A risolvendo il seguente problema

$$\max_{p^A} 1 [p^A p^B + (1-p^A)(1-p^B)] + (-1) [(1-p^A)p^B + p^A(1-p^B)]$$

soggetto al vincolo

$$0 \leq p^A \leq 1.$$

Nella funzione da massimizzare $p^A p^B$ è la probabilità che sia A sia B giochino pari, $(1-p^A)(1-p^B)$ la probabilità che entrambi giochino dispari, casi che portano A a vincere 1. Nel secondo addendo, $(1-p^A)p^B$ indica la probabilità che A giochi dispari mentre B gioca pari ed invece $p^A(1-p^B)$ la probabilità che A giochi pari mentre B gioca dispari, entrambi casi in cui A perde 1. Si noti che p^B è stato sottolineato, ad indicare che A prende la decisione di B come data.

Dimostrare che il problema ha una²⁵ soluzione è semplice: il massimizzando è continuo in p^A , ed è limitato ad un insieme chiuso e limitato, l'intervallo $[0; 1]$; l'esistenza segue dal teorema di Weierstrass. La soluzione varia²⁶ in maniera continua al variare di p^B . Per calcolare le soluzioni non serve calcolare derivate prime e seconde.²⁷ Basta osservare che se $p^B < 1/2$, ossia B gioca prevalentemente dispari, A deve giocare sempre dispari, ossia $p^A = 0$;²⁸ se $p^B > 1/2$, ossia B gioca prevalentemente pari, A deve giocare sempre pari, ossia $p^A = 1$; infine, se $p^B = 1/2$, ossia B gioca indifferentemente pari o dispari, per A è indifferente giocare sempre pari o sempre dispari, o pari con probabilità qualsiasi, ovviamente $0 \leq p^A \leq 1$, e dispari con probabilità $1-p^A$.²⁹ Il grafico della miglior risposta di A è indicato nella fig. 4.1 dalla linea continua in grassetto.

²⁵ Unica?

²⁶ È una funzione?

²⁷ Anzi, farlo indurrebbe facilmente in errore. Vedete perché? Provate a calcolarle e vedere dove ciò vi porta.

²⁸ Con $p^A = 0$, la vincita attesa è pari a

$$1(1-p^B) + (-1)p^B = 1 - 2p^B \geq 0 \quad \text{se } p^B \leq 1/2.$$

Se p^A viene fatto crescere, la vincita attesa diminuisce.

²⁹ Questo vi fa vedere perché dire che la soluzione è unica e dire che è una funzione di p^B sono entrambe risposte errate.

Si ragiona in maniera simile per B e si costruisce la sua corrispondenza di miglior risposta, indicata dalla linea tratteggiata in grassetto.

L'equilibrio di Nash è individuato dal punto di intersezione delle curve di miglior risposta. Per l'esistenza di un'intersezione, la continuità di queste curve e il fatto che siano tutte contenute nel quadrato che individua l'insieme delle coppie di strategie ammissibili sono condizioni sufficienti.³⁰ Che l'equilibrio di Nash non sia stretto è indicato dal fatto che, in corrispondenza all'intersezione, la miglior risposta di ciascuno dei giocatori è indeterminata.

La dimostrazione alternativa, valida solo per alcuni giochi finiti descritti in forma estesa poggia invece sull'uso del teorema di Zermelo. Per introdurre questa costruzione bisogna definire cosa si intende per sottogioco.

Si è detto che, nella formulazione estesa, un gioco non è altro che una successione ordinata di nodi, ciascuno associato al giocatore che è chiamato a decidere in corrispondenza ad esso. Si dice successore di un nodo, $s(n')$, un nodo, n'' , che può essere raggiunto per effetto di un'unica mossa compiuta dal giocatore chiamato a decidere in corrispondenza ad n' , mentre si dice predecessore di n'' , $p(n'')$, un nodo, come n' , da cui è possibile raggiungere n'' con una sola mossa decisa dal giocatore chiamato a decidere in n' . Le operazioni s e p possono essere ripetute, così che, se il gioco è finito, partendo da un qualsiasi n' , passando di successore in successore si deve arrivare ad un nodo terminale, oppure, attraverso la ricerca dell'antecedente di un antecedente, arrivare al nodo iniziale. Mentre in corrispondenza a tutti gli altri nodi si specifica quali mosse possa compiere chi è chiamato a decidere in corrispondenza ad esso, un nodo terminale specifica unicamente quali vincite o perdite ottenga ciascun giocatore se esso viene raggiunto.³¹ Per costruzione, n' non può mai appartenere alla catena dei successori o degli antecedenti di se stesso.

Nei giochi ad informazione perfetta ogni nodo ha un unico successore, tranne un nodo terminale, che non ne ha nessuno, ed un

³⁰ Ma ovviamente non necessarie.

³¹ Dal momento che non sono più possibili ulteriori mosse.

unico predecessore, tranne il nodo iniziale. Nei giochi ad informazione imperfetta, i successori di un nodo n' possono essere più di uno per riflettere il fatto che il giocatore chiamato a decidere in corrispondenza ad esso aveva più mosse alternative tra cui scegliere e chi è chiamato a decidere in un nodo immediatamente successivo non sa quale delle possibili mosse è stata adottata in corrispondenza ad n' .³² Si dice insieme informativo l'insieme dei nodi che possono essere raggiunti con una sola mossa partendo da n' .

Un sottogioco è un sottoinsieme di un gioco tale che contiene tutti i nodi che seguono un qualsiasi nodo appartenente ad esso e, quando si ha a che fare con giochi ad informazione imperfetta, se contiene un nodo n' , contiene anche tutti i nodi appartenenti all'insieme informativo che contiene n' ed il, o i nodi che precedono tale insieme informativo fino ad arrivare ad un insieme informativo che ha un unico antecedente possibile. In pratica, un sottogioco è la parte di un gioco che, cominciando da un insieme informativo che contiene un unico elemento, contiene anche tutti i nodi ad esso iterativamente successivi.

Il teorema di Zermelo assicura che ogni gioco a informazione perfetta finito ha una soluzione in strategie pure, eventualmente non unica. Si rammenti che una strategia è una successione di mosse condizionata al raggiungimento dello stadio precedente. Non si richiede che la mossa produca alcun effetto sulla matrice delle vincite e perdite dei vari giocatori, cosa che permette di aggiungere mosse anche dopo che sia raggiunto un nodo terminale.³³ Se il gioco è finito, esiste un numero massimo di stadi, N , che portano dal nodo iniziale ad un nodo terminale, quali che siano le scelte effettuate dai giocatori nei vari stadi. Si prolunghi ciascuna strategia fino ad N , mantenendo inalterata la successione in cui i giocatori sono chiamati a decidere.³⁴

³² Questo è quello che accade, ad esempio, nei giochi con mosse simultanee di più giocatori.

³³ Ovviamente, quale che sia la mossa scelta dal giocatore chiamato a decidere a questo, o negli stadi successivi non ha effetti sui guadagni o le perdite di nessuno.

³⁴ Si supponga che il giocatore f' è quello chiamato a decidere nello stadio

Si parta dall'insieme dei nodi terminali quando le strategie sono state completate nel modo sopra indicato e sia, ad esempio, f''' il giocatore chiamato a decidere nell'ultimo stadio. Poiché $u^{f''}$ è una funzione continua e l'insieme dei nodi terminali è finito, esiste almeno un nodo terminale in corrispondenza al quale le vincite di f''' sono massime. Se tale nodo è unico, lo si indichi con t^* , se ve ne sono più di uno, ovviamente tutti tra loro indifferenti dal punto di vista di f''' , si indichi l'insieme dei nodi terminali con questa caratteristica con T^* . Si indichi poi con $p(T^*)$ l'insieme dei predecessori dei nodi appartenenti a T^* . Ovviamente esso contiene le scelte, condizionate al nodo raggiunto dal gioco, che f''' deve fare nell'ultimo stadio, ossia allo stadio N , per raggiungere la vincita massima per lui possibile.

Sia poi $p(p(T^*)) = p^2(T^*)$ l'insieme dei predecessori di tutti i nodi contenuti in $p(T^*)$, ossia l'insieme delle mosse che devono essere state fatte dal giocatore chiamato a muovere allo stadio $N-1$ affinché si raggiungesse un nodo in $p(T^*)$. Si indichi poi con $M(p^2(T^*))$ l'insieme delle mosse che portano al nodo terminale preferito dal giocatore in questione tra tutti quelli appartenenti a T^* . Anche $M(p^2(T^*))$ è non vuoto, per le stesse ragioni che assicurano che $p(T^*)$ non è vuoto. Esso può però essere un sottoinsieme proprio di $p^2(T^*)$. Gli elementi appartenenti a $p^2(T^*)$ ma non a $M(p^2(T^*))$ sono scelte possibili per il giocatore che muove al $N-1$ -esimo stadio ma che lo portano ad un risultato peggiore di quelli raggiungibili adottando una mossa appartenente a $M(p^2(T^*))$, quindi sono mosse che un giocatore razionale non adotterà mai. Sia poi $s(M(p^2(T^*)))$ l'insieme dei successori ai nodi appartenenti a $M(p^2(T^*))$. Ovviamente, $s(M(p^2(T^*)))$

iniziale, f' al secondo stadio solo se f' ha fatto la mossa che porta ad n'' o ad n''' , mentre quando ha scelto la mossa che porta ad n' il gioco ha termine. Si supponga poi che se f'' ha scelto la mossa che porta ad n^{iv} , il gioco ha termine, mentre se ha scelto quella che porta n^v , f''' è chiamato a decidere e, a secondo della sua scelta si raggiunge n^{vi} o n^{vii} , che sono nodi terminali. N è ovviamente pari a 3. Le strategie associate alla scelta di n' da parte di f' vengono prolungate inserendo una scelta di f'' e poi una di f''' , scelte che, quali che siano, non producono alcun effetto sulle vincite e perdite associate al nodo terminale n' .

$\subseteq p(T^*)$. I nodi appartenenti a $p(T^*)$ ma non ad $s(M(p^2(T^*)))$ sono quelli che non verranno mai raggiunti dal gioco se il giocatore chiamato a decidere allo stadio N-1 si comporta razionalmente.

La procedura viene reiterata allo stadio N-2. Si costruisce l'insieme dei predecessori dei predecessori dei nodi appartenenti a T^* , $p(p(p(T^*))) = p^3(T^*)$. Si individua l'insieme dei nodi associati ai nodi terminali che danno le vincite massime al giocatore chiamato a decidere allo stadio N-2, $M(p^3(T^*)) \subseteq p^3(T^*)$, e così via di stadio in stadio fino a risalire al primo. Che con questa procedura si arrivi al primo è garantito dal fatto che $M(p^0(T^*)) = T^*$ non è vuoto e che se $M(p^{j-1}(T^*))$ non è vuoto, non lo è neppure $M(p^j(T^*))$. Inoltre $M(p^N(T^*))$ contiene un unico punto, il nodo iniziale.

Ogni successione di mosse n^j tale che, per ogni j , $n^j \in M(p^j(T^*))$ definisce un equilibrio di Nash per il gioco in questione. La costruzione precedente garantisce che un equilibrio di Nash esiste per ogni gioco finito ad informazione perfetta e per di più induce a giocare un equilibrio di Nash in ciascuno dei suoi sottogiochi. Per questa ragione si dice che l'equilibrio in questione è *perfetto nei sottogiochi*.

Dimostrare l'esistenza di un equilibrio perfetto nei sottogiochi ovviamente dimostra che almeno un equilibrio di Nash esista ma, come si vedrà, non necessariamente un equilibrio di Nash è perfetto nei sottogiochi, ragion per cui una costruzione come quella appena esaminata non individua tutti gli equilibri di Nash.

Il concetto di equilibrio perfetto nei sottogiochi può essere applicato anche ai giochi con informazione imperfetta, ma le estensioni in questa direzione non verranno esaminate.³⁵

La tecnica adottata per dimostrare il teorema di Zermelo è molto importante. Nei giochi finiti ad informazione completa, suggerisce di partire dallo stadio finale e procedere a ritroso sulla base delle scelte che stadio dopo stadio devono essere state fatte da giocatori razionali, che mirano alla massimizzazione dei propri guadagni, guadagni che, nelle condizioni postulate, sono certi. Essa prende il nome

³⁵ Chi fosse interessato può cominciare, ad esempio, col cap. 9 di MasColl-Whinston-Green (1995), in cui si trova anche una dimostrazione più rigorosa e compatta del teorema di Zermelo.

di *induzione all'indietro*. Come si vedrà meglio discutendo l'unicità, essa consente di individuare minacce non credibili, e così rendere irrilevanti eventuali equilibri di Nash che poggino su di esse.

È importante però rammentare quanto pesantemente la costruzione usi l'ipotesi di razionalità e soprattutto di conoscenza della razionalità propria e di ciascuno degli altri giocatori, i quali a loro volta, devono essere razionali, sapere di esserlo e sapere che anche gli altri sono razionali. Richiede quindi che la razionalità sia conoscenza condivisa o addirittura comune, ossia che ciascuno sappia che ciascuno sa della razionalità di ciascun giocatore.

4.2. Unicità

Benché quella sull'esistenza di un equilibrio sia la domanda più importante, le risposte che si possono dare sono in genere poco informative dal punto di vista delle ragioni per cui si studia l'equilibrio, ad eccezione di quelle basate sul teorema di Zermelo. Ad esempio, quando ci si mette in questa ottica e si usa in teorema del punto fisso, non ci si chiede quale sia l'equilibrio da associare ad una data situazione di partenza; in un certo senso, non ci si chiede qual è, supponendo che esista, l'equilibrio o l'insieme degli equilibri del particolare gioco che si sta esaminando.

Chi si muove a livelli di astrazione e generalità molto più bassi, come è il caso di queste note, è invece interessato proprio a domande di questo tipo. Il fatto che il teorema di esistenza basato sul punto fisso consenta di dare una risposta a queste domande sotto condizioni tutto sommato abbastanza deboli non deve però generare illusioni sulla vera portata del risultato ottenuto.

Nelle condizioni che noi utilizzeremo, ciascun giocatore conosce tutto del gioco, in particolare tutto, non solo della propria funzione di miglior risposta, ma anche almeno di molte delle proprietà³⁶

³⁶ Ad esempio, la continuità della funzione di miglior risposta, nei casi più semplici, o della semicontinuità superiore, quando le miglior risposte definiscono una corrispondenza.

delle funzione di miglior risposta di ciascuno degli altri, nei casi di informazione completa, ciascuno sa tutto ciò che gli altri sanno e sa che gli altri sanno che lui sa ciò che loro sanno e così via. In genere, è facile controllare se le condizioni sufficienti sono soddisfatte o comunque accertare l'esistenza di un equilibrio.

A questo punto si è sicuri che l'insieme degli equilibri non è vuoto, ma non si sa nulla circa le altre caratteristiche che quest'insieme possiede. In particolare, non si sa se abbia un solo elemento, se il gioco sia caratterizzato da un unico equilibrio. Un secondo problema, dopo quello di esistenza, è legato perciò alle caratteristiche dell'insieme degli equilibri; essere certi che il numero degli equilibri è finito, e quindi che gli equilibri siano separati, non formino un continuo è importante per un campo che, nell'ambito della teoria dei giochi, è finora largamente sottosviluppato, quello della statica comparata degli equilibri.³⁷ Di tutte queste cose si sa molto poco che abbia validità generale; in pratica, si sa qualcosa solo per il caso particolare delle economie di perfetta concorrenza, soprattutto per le economie differenziabili.³⁸

³⁷ Questo modo di mettere le cose può forse essere oscuro a questo stadio. Se lo studente conosce la teoria del consumatore, può essere utile vedere le analogie che ci sono tra queste cose e ciò che si fa nello studio dell'equilibrio del consumatore: anche in quest'ultimo caso, si parte dall'esame dell'esistenza di un equilibrio, si passa alle condizioni che assicurano che l'insieme degli equilibri, oltre a non essere vuoto, è convesso; si analizzano le condizioni che implicano che questo insieme, oltre a non essere vuoto e ad essere convesso, contiene un unico elemento; infine, si studia come si comporta questo unico elemento, come cambia, quando vengono fatti variare i parametri, più in generale, gli elementi che vengono considerati esogeni nella formulazione del problema del consumatore e si ottiene la caratterizzazione della funzione di domanda, quando, ad esempio, ciò che si va variare sono i prezzi e/o il livello di reddito o il livello di utilità. Le caratteristiche della funzione di domanda sono poi ciò che è rilevante per studiare l'esistenza di un equilibrio per l'economia nel suo complesso. È solo in quest'ottica e quando si arriva a questo stadio che si possono comprendere appieno le ragioni delle ipotesi che si fanno, ad esempio, sulla struttura delle preferenze.

³⁸ Con riferimento agli esempi iniziali, si noti che il gioco delle api e dei

Per quanto riguarda il punto ora in discussione, si vuole molto di più di un insieme finito di equilibri, si desidera addirittura l'unicità³⁹ dell'equilibrio. In assenza di unicità, anche se tutti i giocatori conoscessero l'insieme degli equilibri di Nash non avrebbero modo, anche se lo volessero, di coordinarsi su uno di essi sulla base di queste sole informazioni.

Vi sono alcuni casi, purtroppo molto particolari, in cui l'unicità è irrilevante. Ad esempio, nei giochi a somma nulla tra due giocatori si sa che se $(a_f^*; \text{ed } a_{f'}^*)$ ed $(a_f^{**}; \text{ed } a_{f'}^{**})$ sono due equilibri di Nash, anche $(a_f^*; \text{ed } a_{f'}^{**})$ ed $(a_f^{**}; \text{ed } a_{f'}^*)$ sono degli equilibri, e che, per di più,

$$u^f[r(a_f^*; \text{ed } a_{f'}^*)] = u^f[r(a_f^{**}; \text{ed } a_{f'}^*)] = u^f[r(a_f^*; \text{ed } a_{f'}^*)],$$

per ogni f . In questi casi, tutti gli equilibri sono indifferenti per tutti i giocatori così che non vi è conflitto su quali di essi raggiungere e ogni mistura di strategie di equilibrio sono strategie di equilibrio, cose che la scelta su quale strategia d'equilibrio adottare è irrilevante.

L'unicità è garantita nel caso di equilibri in strategie domi-

peschi e il dilemma del prigioniero hanno un solo equilibrio in strategie pure; il gioco pari e dispari ha un solo equilibrio, sia pure non stretto, in strategie miste; il gioco del semaforo e quello del cervo e del coniglio hanno due equilibri in strategie pure ed un equilibrio in strategie miste; la battaglia dei sessi ha due equilibri in strategie pure ed infiniti equilibri in strategie miste, in particolare, se i due giocatori possono correlare perfettamente la scelta della propria strategia l'uno a quella dell'altro, hanno un continuo di equilibri in strategie miste Pareto efficienti. Siete in grado di vedere come si arriva a queste conclusioni? (Ma non è il caso di disperarsi, per ora, se non lo siete.)

³⁹ Vedete perché l'unicità è "desiderabile", con un desiderabile che deve essere opportunamente qualificato, con riferimento agli esempi di gioco riportati. Pensate in particolare al gioco del semaforo e a quello della battaglia dei sessi, che sono i più ovvi; ma poi ritornate su quello del cervo e del coniglio. E, per chi conosce la teoria dell'equilibrio economico generale, vedete la diversità dei problemi posti dalla pluralità di equilibri nei giochi rispetto ai modelli di equilibrio generale?

nanti⁴⁰; il fatto che un equilibrio sia in strategie dominanti dà ragioni molto più forti di quelle menzionate parlando dell'equilibrio in generale per ritenere che i giocatori adotteranno una strategia con queste caratteristiche. Un equilibrio in strategie dominanti dà ragioni a ciascun giocatore per adottare la strategia ad esso associata indipendentemente da considerazioni su ciò che faranno gli altri. Il fatto che ciascuno abbia una strategia strettamente dominante⁴¹ fa poi il resto.

Per la pace della propria anima, si vorrebbe in realtà di più della sola unicità, si vorrebbe che l'unico equilibrio sia anche un equilibrio in strategie pure. Se esiste un unico equilibrio in strategie pure dominanti e si accetta quello che si è detto sopra su come si comporterà ciascuno dei giocatori, si sa come il gioco verrà giocato, quale esito avrà, quale risultato verrà ottenuto da ciascuno dei giocatori. La teoria è allora in grado di fornire previsioni che possono essere eventualmente utilizzate per la verifica empirica.⁴² E natural-

⁴⁰ Il legame, purtroppo, non è sufficientemente stretto. È ovvio che se esiste un equilibrio in strategie strettamente dominanti, esso deve essere unico, ma ciò che è importante per il ragionamento che si sta facendo è l'esistenza di una relazione in direzione opposta, cioè il fatto che l'unicità implichi l'esistenza di strategie dominanti e questo non è vero in generale, come dimostra il caso del gioco pari e dispari. Se vi fosse unicità senza strategie dominanti, l'unicità, al massimo, renderebbe l'equilibrio un "punto focale", non necessariamente l'unico punto focale del gioco e dunque non necessariamente l'insieme di decisioni su cui è naturale che i giocatori si coordinino.

⁴¹ Se esiste, ovviamente deve essere unica.

⁴² Per contrapposto, si pensi a un gioco con soluzioni in strategie miste, come pari e dispari. Quel che si sa è solo che si osserverà una soluzione appartenente al supporto delle soluzioni in strategie pure. Se il gioco viene ripetuto è possibile avere delle frequenze attese sia sulle strategie adottate, sia sugli esiti, che possono poi essere utilizzate per la verifica empirica. La verifica empirica è uno dei campi più attivi nell'ambito della teoria dei giochi, forse sfortunatamente: quali siano le variabili "controllate" nell'esperimento, cosa sia possibile considerare come dato e conosciuto, ad esempio la funzione obiettivo di ciascuno dei giocatori, è tuttora molto incerto e molti degli esperimenti fatti sono particolarmente carenti da questo punto di vista.

mente, quando si costruisce un gioco, quando si costruisce un contratto, costruirlo in modo che goda di questa proprietà è un risultato a cui si mira.

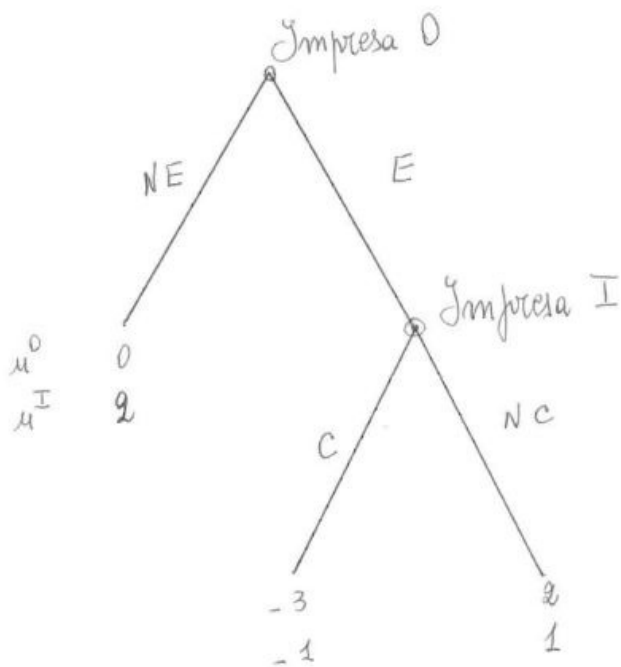
Sempre in casi particolari, alcuni equilibri di Nash possono essere eliminati perché basati su minacce non credibili. Il caso solitamente usato è rappresentato nella fig. 4.2.

È facile vedere che non entrare (NE) per l'outsider e combattere (C) se l'outsider non entra per colui che già opera sul mercato è un equilibrio di Nash, nella forma normale, così come lo è l'entrare (E) per l'outsider e non combattere (NC) per l'altro imprenditore. Ma, mentre (E; NC) è un equilibrio perfetto nei sottogiochi, (NE; C) non lo è. Imporre la perfezione nei sottogiochi consente di tener conto che la minaccia di combattere nel caso di entrata dell'outsider non è credibile, dal momento che metterla in atto, se l'outsider entra, peggiora la situazione del primo rispetto al non combattere.⁴³

Imporre la perfezione nei sottogiochi consente di restringere l'insieme degli equilibri rilevanti; di fatto porta all'unicità se i risultati finali non sono indifferenti per l'ultimo giocatore a muovere lungo una strategia perfetta nei sottogiochi.

Come si vede, si tratta però di casi particolari. Purtroppo non si conosce molto neppure sulle sole condizioni sufficienti per ottenere l'unicità; è ovvio che esse necessariamente devono essere molto più stringenti di quelle sufficienti per l'equilibrio.

⁴³ Si noti anche che, mentre (E; NC) è un equilibrio stretto, (NE; C) non è un equilibrio stretto e richiede l'uso di strategie che sono solo debolmente dominanti.



I \ 0	E	NE
C	$-1; -3$	$2; 0$
NC	$1; 2$	$2; 0$

Fig 4.2 (MasColell)

La matrice sottostante fornisce la rappresentazione dello stesso gioco in forma normale.

È ovvio che se le miglior risposte sono differenziabili almeno in corrispondenza ad un equilibrio di Nash, le derivate prime rispetto alla strategia scelta da ciascun giocatore devono essere tutte nulle. Ma questo da solo non dice nulla sull'eventuale unicità. Se ci si rifà a ciò che si sa sugli equilibri di perfetta concorrenza, supponendo che le miglior risposte siano funzioni differenziabili, si devono imporre condizioni sulla matrice delle derivate seconde. Ad esempio chiedere, che questa siano definite, negative o positive non fa differenza a questo riguardo, assicura che l'equilibrio sia almeno isolato.⁴⁴ Se si va oltre e si chiede che sia semidefinita negativa, in corrispondenza all'equilibrio in questione, non solo vi deve essere efficienza paretiana ma tutte le vincite individuali devono essere simultaneamente massimizzate, un'ipotesi estremamente improbabile, in generale non soddisfatta neppure nel caso di equilibrio in strategie dominanti.⁴⁵ È facile costruire casi in cui essa è addirittura semidefinita positiva.⁴⁶

Purtroppo, mentre nel caso dell'equilibrio economico generale si hanno ragioni, sia pure deboli, e interpretazioni per le condizioni che si impongono alla matrice delle derivate seconde delle funzioni di eccesso di domanda, non si ha nulla di simile nel caso dei giochi.

Il problema dell'unicità è particolarmente importante nel caso dei giochi anche perché, come si è già avuto modo di argomentare, le ragioni che si possono portare a favore della rilevanza del concetto di equilibrio nell'ambito dei giochi sono molto più deboli di quelle che valgono in molti altri campi dell'economia: è molto meno

⁴⁴ Se qualcuna degli elementi della diagonale principale della matrice delle derivate seconde è nulla, si sa che l'equilibrio in questione non è stretto, come accade nel caso del gioco del pari o dispari. Questo non impedisce l'unicità dell'equilibrio di Nash, ma ne mette in dubbio la rilevanza.

⁴⁵ Negli esempi del cap. 1, questo è quello che accade in corrispondenza all'equilibrio del gioco dei peschi e delle api, ma solo in quello.

⁴⁶ Si pensi al dilemma del prigioniero, quando A viene esteso a ΔA .

probabile che l'equilibrio sia ciò che si osserverà quando un gioco viene giocato o almeno che funga da “punto di attrazione” di ciò che avviene nell'ambito di un gioco.

4.3. Il processo di ricerca di un equilibrio

Legato al problema dell'unicità ma indipendente da esso, v'è poi quello dell'esistenza di processi che portino a un equilibrio.

Esistono al momento due approcci molto diversi al problema, anche se gli equilibri a cui eventualmente portano sono strettamente legati tra loro, da un punto di vista formale. Il primo che verrà presentato vede l'individuo e il suo processo di decisione come fulcro e motore del processo. Il secondo, a cui si farà solo un breve cenno, considera invece gli individui come automi programmati in modo da tenere un determinato comportamento al verificarsi di determinate circostanze, così che l'individuo in effetti non fa scelte intenzionali, in un certo senso non ha scelte. La dinamica del processo è legata a ipotesi su come si modifica la composizione della popolazione nel tempo a seconda del “successo” di un certo tipo di automi rispetto ad un altro.

Si è detto che in un gioco ciascun giocatore decide autonomamente quale strategia adottare. Esistono ragioni per ritenere che queste scelte autonome arrivino ad un equilibrio o almeno ad una soluzione del gioco stesso?

Persino l'unicità di un equilibrio, da sola, non è sufficiente a garantire una risposta positiva. Si consideri un gioco che ha un equilibrio unico in strategie pure. Se il gioco è particolarmente semplice,⁴⁷ è possibile di fatto calcolare l'equilibrio del gioco in questione. Nelle condizioni di informazione ipotizzate, se vi è un unico equilibrio e ciascun giocatore sa qual è, può essere sensato supporre che ciascuno giocherà la propria strategia di equilibrio.⁴⁸

⁴⁷ E questo è quel che essenzialmente fa l'esistenza di strategie dominanti, semplificare il gioco, almeno quando è facile ordinare le strategie.

⁴⁸ Si rammenti che si sta comunque escludendo che i giocatori formino delle

Se il gioco è appena appena complicato, può essere impossibile calcolare l'equilibrio, anche se si sa che esiste ed è unico. E allora nessuno sa cosa deve fare.

Forse un po' stranamente, una situazione simile si presenta quando si sa che il gioco ha più equilibri e gli equilibri sono tutti conosciuti. Si supponga, ad esempio, che un gioco abbia due equilibri, a^* ed a^{**} . Si dimostra che in generale i vettori di azioni (a_f^*, a_{-f}^{**}) e (a_f^{**}, a_{-f}^*) non sono equilibri.⁴⁹ In altre parole, si possono benissimo conoscere tutti gli equilibri, ma in presenza di più equilibri, si vuole sapere se ne verrà giocato uno e in tal caso quale. In un certo senso, in questa seconda situazione si crede non solo che un equilibrio ci sia, ma che ve ne sia uno solo che è rilevante e ci si chiede quale tra i possibili candidati esso sia. Di nuovo nessuno sa cosa dovrebbe fare fin quando non sa cosa gli altri hanno deciso di fare, ma gli altri non possono decidere cosa fare fin che non sanno cosa il primo ha deciso.

In entrambi i casi, non è solo chi gioca che è in imbarazzo nel decidere cosa deve fare ma anche chi osserva il gioco non sa porre vincoli su cosa accadrà, su come potrà essere giocato, quale esito può essere associato al fatto che un determinato gioco si presenti. Nonostante le somiglianze, le due situazioni hanno però caratteristiche diverse e pongono problemi diversi che vengono affrontati con strumenti ed ottiche molto diverse.

Quando il problema è quello della calcolabilità, l'esperienza, il fatto che più o meno lo stesso gioco sia stato giocato in precedenza, come è stato giocato e quali esiti si sono raggiunti può fornire informazioni preziose. Nel caso in cui l'insieme dei giochi possa essere in qualche misura scelto, questa conoscenza è utile anche nel decidere se un dato gioco deve essere permesso o proibito. Certamente quello della calcolabilità è un problema che si vorrebbe, se è possibi-

coalizioni o raggiungano accordi che li portino a comportarsi in modo diverso rispetto all'uso della miglior risposta. Sul fatto che necessariamente ciò debba accadere, si rammenti quanto si è detto prima, e si veda comunque Aumann (1990).

⁴⁹ Vi sono eccezioni importanti, come quelle dei giochi a somma nulla a cui si è fatto cenno sopra.

le, evitare che sorgesse nei giochi che si costruiscono, che si presentasse, ad esempio, nell'ambito di un contratto.⁵⁰

Quando il problema non è quello della calcolabilità ma quello della pluralità di equilibri, anche se sono tutti in strategie pure e possono essere facilmente calcolati, l'interesse si concentra piuttosto sull'individuare, ed eventualmente costruire e scegliere, una procedura che coordini tutti gli agenti su uno di essi in particolare.

Una delle molte stranezze di questo campo è il fatto che alla non calcolabilità degli equilibri si è dedicata assai poca attenzione e il senso di stranezza aumenta se si fa il confronto con quel che accade nell'ambito della teoria dell'equilibrio generale. Una delle prime formulazioni del teorema di esistenza di un equilibrio generale passa proprio per una riformulazione del problema in termini di gioco.⁵¹ Ottenuta l'esistenza, caratteristiche dell'insieme degli equilibri,⁵² statica comparata e stabilità sono diventati il centro di interesse. È vero che il problema della calcolabilità è stato seriamente affrontato solo alla fine degli anni '60, ma non perché se ne ignorasse l'importanza, bensì perché solo allora i progressi analitici hanno consentito di analizzarlo con successo.⁵³ Se poi si pensa alle applicazioni che l'ipotesi di razionalità limitata sta avendo nella teoria dei giochi, l'insistenza sui limiti alle capacità di calcolo, e dunque il problema della effettiva calcolabilità degli equilibri, tutto ciò avrebbe dovuto portare a mettere l'accento su questo problema e indirizzare su di esso almeno una parte della ricerca. Non sembra che sia stato così.

Quando il problema è la calcolabilità, l'uso di una procedura per tentativi ed errori sembra un candidato naturale ed inevitabile. Si

⁵⁰ Le ragioni stesse, almeno quelle apparenti, per cui si fa un contratto sembrano portare a questa conclusione: tipicamente, il contratto dovrebbe rendere prevedibile, anche se non certo, il comportamento di ciascuna delle parti. Ma una parte interessante della teoria dei contratti ha proprio a che fare col come costruirli e come analizzarli se si tien conto che essi sono destinati ad operare, a produrre effetti, sul futuro, in un mondo che è per molti aspetti imprevedibile.

⁵¹ Il riferimento classico è ad Arrow - Debreu (1954).

⁵² Il problema dell'unicità in particolare.

⁵³ Il riferimento classico è a Scarf (1985) e ai contributi di Kuhn (1968).

possono formulare due ipotesi sugli effetti della procedura adottata. La più semplice, ma forse la meno realistica, è che le azioni fatte durante il processo di ricerca dell'equilibrio per tentativi ed errori non abbiano effetti duraturi, sostanzialmente non incidano sugli elementi esogeni che caratterizzano il gioco.⁵⁴

Per fare un esempio, si supponga che ciascun giocatore scriva la strategia che intende adottare su un biglietto, e che tutti i biglietti vengano letti in un'assemblea a cui sono presenti tutti i giocatori. Nell'assemblea, dopo aver letto il contenuto di ciascuno dei biglietti, si dà la possibilità a ciascuno, se vuole, di rivedere la propria decisione per tener conto di ciò che gli altri hanno dichiarato di voler fare, di scrivere un nuovo biglietto con una nuova strategia. Una volta osservate le nuove decisioni degli altri, si dà di nuovo la possibilità a chi lo desidera di rivedere la propria e così via. Non è detto che accada, ma può accadere che si raggiunga una situazione tale che, date le decisioni degli altri, nessuno desidera rivedere la propria che, essendo individualmente ottimale, è nell'interesse di ciascuno realizzare. L'equilibrio così raggiunto deve essere un equilibrio del gioco inizialmente considerato; nell'ipotesi di unicità, l'unico equilibrio di quel gioco.⁵⁵

Pure in questo caso, anche se degli equilibri esistono, la procedura, come si è detto, può non portare a nessuno di essi; in un certo senso, il processo di revisione non converge: in corrispondenza da ogni insieme di decisioni raggiunto, per almeno un agente prevede l'adozione di una strategia che non è miglior risposta a quelle adottate dagli altri, per cui si sa che questo insieme di decisioni non verrà di fatto realizzato. Sembrerebbe che, se fosse possibile sceglierla, non si adotterebbe mai una procedura di questo tipo; ma anche questo è lungi dall'essere sicuro che accada.

Già da questo punto di vista si vede quanto sia importante accertare l'esistenza e riuscire a caratterizzare le procedure che con-

⁵⁴ Questo è l'analogo dell'ipotesi di *tâtonnement* utilizzata nell'analisi dell'equilibrio generale.

⁵⁵ In alternativa, se vi è informazione completa, ciascuno può effettuare questi esperimenti mentalmente.

vergono ad un equilibrio da qualunque insieme di decisioni iniziali si parta.⁵⁶ Anche su questo punto, si sa molto poco per il caso generale; si sa di più per il caso particolare delle economie di perfetta concorrenza. Ma occorre qui fare attenzione: la perfetta concorrenza e soprattutto l'analisi del comportamento dei prezzi in situazione di disequilibrio suggeriscono restrizioni "naturali" da porre sulla regola di aggiustamento, sulla procedura di revisione dei prezzi⁵⁷; non esistono invece restrizioni "naturali" analoghe da imporre al processo di revisione delle proprie decisioni, né alla struttura delle funzioni di reazione, delle miglior risposte, per un gioco generico. Il problema è che si sa molto poco su cosa non solo possa ma in un certo senso debba succedere fuori dall'equilibrio, come lo si possa caratterizzare in modo non arbitrario. Su questo punto non sembra che si possa andare oltre una tassonomia delle situazioni che si possono presentare.

Occorre distinguere il caso in cui esista un unico equilibrio da quello in cui vi sono più equilibri.⁵⁸ Quando vi è unicità, i problemi

⁵⁶ È ovvio che si parte subito da un insieme di decisioni iniziali che coincidono con un equilibrio, il processo ha subito termine. Ma questo è un evento altamente improbabile. Per questa ragione si vuole che il punto di partenza sia un generico elemento di A , l'insieme dei vettori di strategie adottabili.

⁵⁷ In genere, si vuole che essa rifletta quello che si ritiene farebbe il mercato in presenza di disequilibrio, grosso modo che alzi i prezzi relativi dei beni per cui v 'è eccesso di domanda e abbassi quelli per cui v 'è un eccesso di offerta. Sostanzialmente si impone a ciascuno di rispondere alle decisioni degli altri adottando la sua miglior risposta, ma nel contesto di un gioco non esistono ovvi motivi per supporre che questo sia quello che dovrebbe accadere o quello che è desiderabile che accada, anche in vista del fatto che un equilibrio di un gioco può non essere particolarmente desiderabile, non solo dal punto di vista del singolo giocatore, ma anche dal punto di vista dell'insieme dei giocatori nel suo complesso.

⁵⁸ Nella teoria dell'equilibrio generale, unicità e convergenza del processo di aggiustamento sono strettamente legate. In entrambi i casi, si dispone solo di condizioni sufficienti e le condizioni sufficienti ora disponibili per l'unicità garantiscono anche la stabilità globale dell'equilibrio e viceversa. Non è molto probabile che questi legami sopravvivano nell'ambito dei giochi: da un lato, si è già detto che nei giochi è molto più difficile trovare restrizioni "naturali" da imporre sui processi di aggiustamento; d'altro lato, i

sono essenzialmente quelli della convergenza del processo di aggiustamento. Poiché vi sono minori vincoli sul processo di aggiustamento, sembra più facile che esistano processi in grado di portare sempre, o almeno se si parte da un intorno dell'equilibrio, all'equilibrio stesso. Il problema qui è quello del fatto che l'equilibrio non è necessariamente preferibile, né dal punto di vista del singolo giocatore, né dal punto di vista della collettività, al disequilibrio. Risolvere il problema dell'aggiustamento non richiede solo trovare una procedura di revisione che converga all'equilibrio, ma anche dare ragioni a ciascuno degli individui che partecipano al gioco per adottarla.

Quando vi sono più equilibri, se un processo converge a un equilibrio, a quale equilibrio converge dipenderà, di solito, dalle caratteristiche del processo stesso, essenzialmente: a) dall'insieme di decisioni iniziali da cui si parte e b) dalle regole che ciascuno segue nel rivedere le proprie decisioni.⁵⁹ Ciò significa che vi può essere, anzi che normalmente c'è, conflitto tra i giocatori su quale processo di aggiustamento adottare dal momento che finire in un equilibrio piuttosto che in un altro può andare a vantaggio di qualcuno ma a danno di qualcun altro. È in assenza di soluzione di questo conflitto che si può finire per usare processi che non convergono; la mancata convergenza è allora semplicemente la spia della mancata soluzione dei conflitti di interesse associati alla sua scelta.

Ancor più che nell'analisi della stabilità di un equilibrio generale, occorre discutere prima separatamente le proprietà del processo di aggiustamento e poi congiuntamente singoli equilibri e singoli processi di aggiustamento.

Si dice che un processo di aggiustamento è *globalmente con-*

metodi classici usati nell'analisi della stabilità, come ad esempio quello di Liapunov, pongono non facili problemi di interpretazione e realismo.

⁵⁹ L'ipotesi più naturale è che ciascuno adotti la miglior risposta alle decisioni degli altri, ma non sempre è l'ipotesi sensata: usare la miglior risposta espone il giocatore ai tentativi degli altri giocatori di manipolare le sue decisioni e gli impedisce, per contro, di cercare di influenzare le decisioni degli altri. Naturalmente, le regole di revisione delle proprie decisioni sono parte integrante della definizione del processo di aggiustamento.

vergente se, partendo da una qualunque posizione iniziale, il processo porta ad un qualche equilibrio; ma vi possono essere processi che convergono solo se la posizione di partenza appartiene a un sottoinsieme proprio di A e in questo caso sono *localmente convergenti*.

Dato un processo di aggiustamento, ovviamente convergente, si dice che un equilibrio è *globalmente stabile* rispetto ad un determinato processo se il processo converge ad esso da qualunque situazione iniziale si parta. Si dice che un equilibrio è *localmente stabile*, sempre rispetto ad un processo di aggiustamento prefissato, se esiste un intorno dell'insieme di decisioni di equilibrio considerato tale che, pur di partire da un elemento di questo intorno, il processo converge sempre all'equilibrio considerato. Si dice che un equilibrio è instabile, di nuovo rispetto ad un processo di aggiustamento prefissato, se, a meno di partire esattamente dalla situazione di equilibrio considerata, il processo di aggiustamento determina una traiettoria che non converge mai ad esso.⁶⁰

La caratteristica rilevante dell'esempio riguardo la procedura di individuazione dell'equilibrio è che essa non ha alcun effetto sulla struttura del gioco che gli agenti si trovano ad effettuare. Scrivere la propria decisione non ha alcuna conseguenza né su ciò che ciascuno

⁶⁰ Con questa definizione, la stabilità globale di un equilibrio rispetto ad un qualche processo implica l'unicità dell'equilibrio. Se vi fosse più di un equilibrio, qualora il processo partisse da uno di essi non si sposterebbe più da lì. Ciò dimostra due cose: 1) se vi sono più equilibri nessuno di essi può essere globalmente stabile, anche se si può distinguere tra equilibri che sono instabili ed equilibri che sono localmente stabili, ove il localmente può essere così grande da coincidere quasi con l'intero insieme delle possibili condizioni iniziali (a meno di un sottoinsieme di dimensione zero); 2) la convergenza globale del processo, il fatto che il processo porti sempre a un equilibrio, non implica invece l'unicità dell'equilibrio. La convergenza del processo richiede che esso converga sempre ad un equilibrio, ma non necessariamente allo stesso da qualunque punto si parta; si consideri, ad esempio il caso di un'economia con due equilibri, caratterizzata da un processo globalmente convergente, con un equilibrio instabile e l'altro un punto di attrazione del processo pur di partire da un qualunque punto iniziale diverso da quello di equilibrio instabile.

può fare, né sulla relazione azioni-risultati, né sulla struttura delle funzioni obiettivo.⁶¹ È questo il fatto che assicura che l'equilibrio del gioco iniziale continui ad essere di un qualche interesse per l'analisi del gioco. Da molti punti di vista, è il modo più semplice per affrontare il problema in esame; purtroppo questa dinamica virtuale o fittizia ha un campo di applicabilità molto limitato e in molti casi è semplicemente irrilevante.

Molti giochi, soprattutto quelli a somma nulla, sono appassionanti perché non si conosce l'equilibrio o si sa che l'equilibrio è in strategie miste. Anche quando è possibile arrivare ad una soluzione, occorre distinguere i casi in cui la strategia di equilibrio si riduce a una mossa sola, da quella in cui prevede una successione di mosse, ciascuna delle quali modifica ciò che ciascun giocatore sa o può fare nelle mosse successive.⁶² Effettuare una mossa può cambiare ciò che è razionale fare per gli altri giocatori dopo che quella mossa è stata effettuata.⁶³ O il gioco è dotato di una struttura che impedisce a chi vi partecipa di rivedere le proprie decisioni alla luce di ciò che via via accade, oppure bisogna dotare la soluzione della proprietà di restare unica ed inalterata, o almeno di restare una soluzione, allo svilupparsi del gioco stesso.⁶⁴ Entrambe le vie richiedono l'uso di ipotesi molto restrittive, ma la seconda, in particolare, mette in evidenza come diventi stringente l'ipotesi sulle capacità di calcolo di cui ciascun giocatore deve essere dotato.

⁶¹ Se l'informazione non è più che completa, ha però effetti più subdoli e devastanti, da molti punti di vista, che verranno per il momento ignorati.

⁶² Questo è un problema che, almeno in parte, è formale ed è legato a come si definisce una decisione, se una decisione, ad esempio, specifica solo cosa fare in una data situazione, o è un piano di comportamento su un orizzonte temporale più o meno lungo.

⁶³ Si pensi al caso degli scacchi.

⁶⁴ Per restare agli scacchi, si pensi alla differenza tra la situazione in cui due giocatori si trovano all'inizio della partita, quando nessun pezzo è stato mosso, da quella solitamente descritta nella pagina dei passatempi di molte riviste, solitamente accompagnata dalla dicitura: "Il bianco muove e dà mato in due mosse." Questo porta a considerazioni che verranno viste nel caso di equilibri multipli tutti conosciuti.

Vi sono poi giochi che non possono essere formulati in forma strategica, perché ad esempio una strategia può prevedere un numero infinito di mosse successive: questo è tipicamente il caso dei giochi dinamici.⁶⁵

In tutti i casi in cui la procedura per tentativi ed errori non è applicabile, non resta che giocare il gioco. Naturalmente questo non significa giocarlo a caso, ma diventa molto più difficile porre restrizioni su come deve essere giocato e soprattutto restrizioni su quali situazioni verranno raggiunte. Se si ritorna all'esempio, nella formulazione che si è adottata, se ciascuno realizza la propria decisione invece di limitarsi a scriverla su un pezzo di carta e comunicarla agli altri, la realizzazione muta in modo permanente le caratteristiche del gioco. Questo rende importante specificare se le decisioni sono prese simultaneamente da tutti i giocatori, cosa che comporta che nessuno conosca quali decisioni gli altri simultaneamente si apprestano a realizzare, o siano prese in successione, in cui chi viene prima, attraverso il proprio comportamento, influenza le condizioni in cui si troveranno a decidere quelli che vengono dopo, quelle sull'informazione di cui sono dotati e che possono riguardare le caratteristiche di chi ha mosso.

In particolare, in presenza di più equilibri, il venir meno del necessario coordinamento può portare ad adottare un vettore di strategie che non è di equilibrio, il che contribuisce a rendere l'equilibrio una nozione relativamente debole nell'ambito di un gioco.⁶⁶ Anche

⁶⁵ Si è finora ignorata e si continuerà ad ignorare la classe di giochi in cui alcune mosse sono decise dalla "natura", che adotta un processo stocastico di cui sono conosciute tutte le caratteristiche, in particolare, l'insieme degli eventi possibili e la funzione di distribuzione. In questi contesti si distingue tra equilibrio *ex ante*, per le decisioni prese prima che si sappia quali scelte ha fatto o farà la natura, equilibrio *ex post* per le decisioni una volta che si sappia quali scelte ha fatto la natura, ed equilibrio *interim*, per le situazioni intermedie. Un punto interessante è costituito dalle analogie tra queste nozioni di equilibrio e alcuni dei raffinamenti, in particolare quello legato alla perfezione nei sottogiochi.

⁶⁶ Problemi simili sorgono quando ciò che è in questione non è la pluralità ma la calcolabilità dell'eventualmente unico equilibrio. In entrambi i casi

quando si raggiunge un equilibrio, questo equilibrio è una funzione delle strategie adottate in un senso diverso da quello visto per il caso di tentativi ed errori. Là, l'equilibrio raggiunto poteva dipendere dalle caratteristiche della procedura seguita per arrivare alla determinazione della strategia d'equilibrio, ma doveva comunque appartenere all'insieme degli equilibri associati alla situazione iniziale; qui, l'eventuale equilibrio normalmente non è un equilibrio per il gioco nel suo stato iniziale e può ben accadere che nella situazione iniziale il gioco non avesse un equilibrio mentre il processo modifica le variabili esogene in modo da raggiungere un equilibrio. Tutto ciò rende la dinamica attraverso cui l'equilibrio viene eventualmente raggiunto ancora più importante che nei casi precedenti e fa diventare il controllo di questa dinamica una parte del gioco, quasi necessariamente caratterizzato da informazione imperfetta, se non addirittura incompleta, su cui i giocatori hanno interessi potenzialmente in conflitto.

È soprattutto in queste situazioni che diventa importante studiare i vincoli che si possono porre sull'insieme delle allocazioni che si possono raggiungere partendo da una certa situazione iniziale, cosa

non è che il gioco non finisca, ma che se finisce, non finisce "bene" per almeno qualcuno dei giocatori. Occorre stare attenti al senso di quel "bene". Essere in disequilibrio vuol dire che almeno uno dei giocatori ha ragioni per rimpiangere di aver adottato la strategia che ha poi messo in atto, nel senso che, date le strategie messe in atto dagli altri ve n'è qualcuna diversa da quella che ha adottato che lo avrebbe portato a una situazione migliore; in questo senso l'individuo rimpiange di aver fatto certe scelte. D'altra parte, in un equilibrio del dilemma del prigioniero, nessuno può rimpiangere le scelte che ha fatto nel senso appena precisato, ma entrambi i giocatori possono ben rimpiangere il fatto che la loro razionalità impedisca loro di raggiungere la situazione Pareto efficiente che domina quella di equilibrio, e se finissero nella situazione Pareto efficiente appena menzionata, ciascuno rimpiangerebbe di non essersi comportato in maniera razionale. Che si giochi o meno spesso strategie non di equilibrio è esperienza comune per i giocatori di scacchi al mio livello di abilità: quando si perde quasi sempre si dice: "Ah, se non avessi fatto quella mossa", cosa che dimostra che la strategia adottata è almeno sospettata di non essere la miglior risposta alla strategia giocata dall'altro.

può fare di esse degli equilibri, ed eventualmente studiare le proprietà generiche che devono essere possedute da un'allocazione per essere un equilibrio; in altre parole, è soprattutto in queste situazioni che l'analisi astratta dell'equilibrio a cui si è fatto cenno in precedenza parlando del problema di esistenza diventa rilevante.

Come si è detto, quando si sa che esistono più equilibri e si conoscono tutti gli equilibri, la situazione presenta problemi diversi. La strada normalmente seguita è quella di introdurre vincoli addizionali che devono essere soddisfatti da un equilibrio e che consentano di scartarne alcuni con l'obiettivo di arrivare eventualmente ad un unico equilibrio che gode di tutte le proprietà desiderate. È questo il campo in cui operano i così detti "raffinamenti" dell'equilibrio. Essi sono particolarmente importanti per i giochi che possono essere scritti in forma strategica, in cui il gioco comporta sostanzialmente un'unica scelta per ciascun giocatore, la scelta⁶⁷ di una strategia.

Il più semplice e il più antico poggia sull'idea che ciascuno dei giocatori abbia informazioni o idee imprecise sulla struttura della funzione obiettivo dei propri avversari, ad esempio, che conosca queste funzioni a meno di una componente stocastica e quindi non sia in grado di determinare con certezza quale sia la strategia ottimale per gli avversari. Quel che si vuole da una strategia è che essa resti ottimale quando il gioco vero si scosta di poco, un poco piccolo a piacere, da quello atteso. Alternativamente, la scelta della strategia da adottare può richiedere l'uso di un meccanismo stocastico da parte di un giocatore, il che di nuovo rende non perfettamente prevedibile l'esito dell'uso del meccanismo e dunque la strategia che verrà usata. Questo è l'ambiente di applicazione della "mano tremolante".

Un secondo poggia sulla non conoscenza precisa dello stato di informazione di cui è dotato un altro giocatore, in particolare sulle sue credenze sul livello di probabilità con cui una certa strategia verrà utilizzata. L'esistenza di un insieme di credenze degli uni sugli altri giustificabili e compatibili con l'uso effettivo di una certa strategia è quello che sta dietro i raffinamenti basati sulla razionalizzabilità di un equilibrio.

⁶⁷ Ovviamente irrevocabile.

Forse più interessanti dal nostro punto di vista sono gli equilibri sequenziali e quelli perfetti nei sottogiochi, che richiedono sostanzialmente che tutte le successioni di mosse associate a una strategia restino ottimali dato lo stato raggiunto dal gioco come risultato dell'effettuazione delle mosse stesse in successione. In assenza di queste proprietà, uno dei giocatori può avere ragioni per modificare la propria strategia, rispetto a quella, ad esempio, annunciata, in una qualche fase del gioco. Tipicamente, quando si scrive un contratto si vuol fare in modo che la corretta esecuzione del medesimo sia un equilibrio perfetto nei sottogiochi, e per ottenere questo risultato, la parte interessata può essere disposta o trovarsi obbligata a sostenere dei costi, ad esempio, a "legarsi le mani" in qualche modo. Quando la corretta esecuzione non è un equilibrio perfetto nei sottogiochi, la parte interessata ad ottenerla deve scontare la possibilità di essere costretta alla rinegoziazione dell'accordo una volta che questo abbia esplicitato una parte dei suoi effetti.

Si può però seguire una via ovvia e per certi versi alternativa a quelle sopra esaminate, sempre nel tentativo di arrivare all'unicità. Se gli equilibri possono essere calcolati, i giocatori possono discutere direttamente su quale degli equilibri si vogliono coordinare. Questa sembra la via naturale da percorrere quando il gioco è caratterizzato da equilibri multipli tutti indifferenti l'uno all'altro nel senso di Pareto⁶⁸ o con equilibri che dominano altri nel senso di Pareto.⁶⁹

I problemi principali di questa via riguardano eventuali limiti a ciò che i giocatori possono comunicarsi e soprattutto ciò che determina la credibilità dei messaggi che si scambiano. Per fare un esempio, nel gioco del semaforo, se i giocatori si possono informare l'un l'altro sulla regola che intendono seguire, non ha importanza chi parla per primo né quale regola scelga di adottare: qualunque regola decida di seguire, se viene adottata anche dall'altro, è ottimale per lui, e questa ottimalità giustifica la particolare regola che annuncia, ed è ottimale per lui rispettarla, se anche l'altro la adotta; anche l'altro non ha preferenze su quale regola il primo debba annunciare, e

⁶⁸ Il caso del gioco del semaforo.

⁶⁹ Il caso del gioco del cervo e del coniglio.

quindi non vi può essere conflitto in questo campo, sa che per l'altro non è ottimale annunciare una regola che non intende seguire⁷⁰ o comportarsi in maniera diversa da come annuncia di voler fare, ed è nel suo interesse seguire la stessa regola. V'è per chi vuole o deve parlare per primo un interesse a dire quale scelta ha fatto e a rispettarla, un interesse del secondo a coordinarsi, e ciascuno sa che tutti questi comportamenti sono ottimali per ciascuno di quelli che li devono tenere.

Ma si supponga che i due non usino lo stesso linguaggio e quindi non possano annunciare la strategia che intendono seguire.⁷¹ Ciò che l'uno può osservare è il comportamento dell'altro, e in molti casi, può osservare solo alcune cose e non altre,⁷² e il comportamento esibito è tutto ciò che può essere usato per comunicare con l'altro.⁷³

Per contrasto, si passi al caso del cervo e del coniglio. Apparentemente vi è ancor più ragione che i due giocatori si mettano d'accordo e si coordinino; non v'è assolutamente conflitto sul tipo di accordo e di coordinamento da raggiungere; i problemi nascono dal fatto che rispettare l'accordo richiede a ciascuno di esporsi a un rischio, quello di restare a mani vuote perché l'altro si è messo a cac-

⁷⁰ A meno di non vivere in un mondo di "contrari", come l'amico indiano improvvidamente salvato da Dustin Hoffmann in "Piccolo grande uomo".

⁷¹ Alternativamente, si supponga di vivere in una collettività sufficientemente numerosa, in cui le persone si incontrano solo a coppie in una successione del tutto casuale. Cosa assicura che la regola che si stabilisce tra una coppia sia la stessa che verrà adottata da un'altra? Se due coppie diverse decidono regole diverse, cosa succede se il membro di una coppia si trova all'incrocio col membro dell'altra? Cosa assicura che si arriverà ad una regola comune, e cosa eventualmente determina quale verrà adottata?

⁷² Può vedere se l'altro si ferma o passa, ma non sa quale colore del semaforo l'altro ha visto, ad esempio. Questo può sembrare poco credibile, ma si sarebbe miopi. Il problema interessante è: cosa induce il villico, arrivato in città dal primitivo borgo natio, a ritenere che deve associare il comportamento dell'altro al colore mostrato dal semaforo? Questi sono i problemi che occorre affrontare per studiare come si formano alcune convenzioni o usi, come li si apprendono e li si rendono noti agli stranieri di passaggio.

⁷³ Per chi avesse resistito finora alla tentazione di leggerlo, questo è il tema di Crawford - Haller (1990).

ciare conigli, e sa che per l'altro è razionale mettersi a caccia di conigli se non ha sufficienti ragioni per credere che il primo rispetterà l'accordo e il primo sa che per sé non è razionale rispettare l'accordo se non ha ragioni per credere che l'altro abbia ragioni per credere ... e così via. In questo caso, ci vuole di più della semplice comunicazione per rendere rilevante il fatto che esista, per renderla produttiva degli effetti desiderati.

In una battaglia dei sessi, sembra utile parlare e mettersi d'accordo. Per quanto diversi sotto molti aspetti, si può ben supporre che anche sessi diversi abbiano in comune lo stesso linguaggio e trascurare problemi di comunicazione; ma, passando dall'uno all'altro, cambia sia quello che vogliono dire, sia quel che vogliono sentirsi dire. Ci può essere una lotta per essere il primo a parlare, nella convinzione che ciò determinerà ciò che è razionale, magari *obtorto collo*, per l'altro fare e quindi, se necessario, dire. Se il primo può solo parlare, è quasi sicuro che riceverà a stretto giro di posta comunicazione di un'intenzione incompatibile con la sua dall'altro. E siccome il secondo sa che il primo sa tutto ciò, ciascuno sa che parlare è irrilevante; è più importante far sapere di essere uomini (o donne) di parola, che ciò che si dice è anche ciò che si farà. Ma come si fa a far sapere questo nel contesto in esame?

Si rammenti, infine, che avere di fronte più di un equilibrio non è necessario per generare problemi di coordinamento, per rendere desiderabile l'accordo, e rendere perciò apparentemente desiderabile poter comunicare l'un con l'altro. Il dilemma del prigioniero è un caso estremo di condizioni in cui l'accordo ed il coordinamento sono desiderabili, ma è inconfessabile, normalmente è inconfessato ma purtroppo noto lo stesso, il dissidio sull'accordo da raggiungere. Qui ciascuno sa che parlare è del tutto inutile, è una pura perdita di tempo; di più, è un indurre l'altro in tentazione se mai ve ne fosse bisogno.

Per tutte queste ragioni, eventuali difficoltà di comunicazione a parte, non è detto che la discussione porti ad un accordo; e anche quando si raggiunga un accordo, non è detto che si possa sempre fare affidamento sul suo rispetto. Questo è un esempio della potenza della teoria in questione: di fatto è così potente che è in grado di generare problemi che non esistono. Vi sono molte situa-

zioni in cui se si sottopone la teoria alla verifica empirica, la teoria risulta contraddetta.⁷⁴

Ciò sembrerebbe dire che, non in tutti i casi, ma almeno in qualche situazione in cui il coordinamento è desiderabile, esso venga raggiunto anche quando la teoria lo giudica impossibile o almeno improbabile. La più semplice utilizza l'idea che tra i molti equilibri, eventualmente più in generale tra le molte situazioni alternative che si possono raggiungere, ve ne sia uno(a) che gode di caratteristiche particolari che lo rendono il candidato "naturale" come soluzione del problema in esame, che lo rendano il "punto focale" del gioco.⁷⁵ Se tutti condividono questo modo di vedere, diventa naturale coordinarsi su un punto di questo tipo.

Questa soluzione presenta diversi problemi. Il più ovvio è che non è chiaro quali e quante siano queste caratteristiche, cosa spiega la loro esistenza. Ma non è l'unico problema; anche una volta risolto questo ne resterebbero altri.

Si può cominciare con l'ammettere che queste caratteristiche esistano e vedere dove porta e fino dove si può andare con un'ipotesi di questo tipo.

Anche se gli agenti condividono questo modo di vedere, normalmente ciascuno avrà un proprio modo di ordinare le alternative, un modo generalmente, anche se non necessariamente e non completamente, diverso da quello degli altri. È diverso ciò che ciascuno di essi vede e apprezza di ciascuna alternativa, in un certo senso sono diversi i gusti delle persone. Si può supporre che ciascuno sia in grado di stabilire un ordinamento completo e transitivo di tutte le alternative disponibili. I criteri a cui si è fatto cenno possono essere interpretati come condizioni che devono essere soddisfatte dal processo di aggregazione di questi diversi modi di valutare le alternative, dal processo che permette di passare da ciò che ciascuno giudica desiderabile a ciò che è in un qualche senso collettivamente desiderabile.

⁷⁴ I casi più clamorosi sono quelli relativi al dilemma del prigioniero e agli "ultimatum game". Su quanto sia affidabile la verifica empirica valgono però le note di cautela già introdotte in precedenza.

⁷⁵ Si noti: "il", non "un" punto focale.

Per quanto riguarda questi criteri, si vorrebbe che il processo fosse in grado di portare ad un ordinamento completo⁷⁶ e transitivo⁷⁷ delle alternative.

Si vorrebbe che il risultato del processo dipendesse solo dalla struttura degli ordinamenti individuali e che, a tal scopo, ciascun ordinamento venisse tenuto in conto⁷⁸. Si vorrebbe che il processo stesso fosse in grado di funzionare comunque siano fatti gli ordinamenti individuali.⁷⁹ Si vorrebbe che godesse di proprietà di sensatezza come il rispetto del principio di Pareto.⁸⁰ Si vorrebbe che godesse di proprietà di simmetria rispetto al “peso” attribuito ai vari giocatori nel determinare l’esito del processo: non deve mai accadere che esista un individuo in posizione tale che, tutte le volte che, tra due alternative, egli consideri la prima preferita alla seconda, anche l’ordinamento ottenuto indichi la prima superiore alla seconda, indipendentemente da come tutti gli altri giudichino quelle due alternative l’una rispetto all’altra.⁸¹ Infine, si vorrebbe parsimonia nell’uso di informazioni: l’esito del processo che porta ad ordinare due alternative deve dipendere solo dal modo in cui ciascuno degli individui or-

⁷⁶ L’incompletezza si rifletterebbe nel fatto che esistono allocazioni che non possono essere ordinate, quindi, a seconda dei modi di vedere, o nell’esistenza di più punti focali, o nell’inesistenza di un unico punto focale condiviso da tutti. In entrambi i casi, viene meno la sua capacità di fungere da coordinatore dei comportamenti individuali.

⁷⁷ L’intransitività si tradurrebbe in contraddittorietà dell’ordinamento, il che di nuovo mette in pericolo l’esistenza di un punto focale, con gli stessi risultati messi in luce nella nota precedente.

⁷⁸ Questa è l’ipotesi di cittadinanza. Si sta qui seguendo la formulazione originale proposta da Arrow (1963). Non tutte le condizioni risultano essere indipendenti tra di loro. Per una riformulazione recente e la letteratura in materia, si rinvia a Sen (1986).

⁷⁹ Questa ipotesi prende il nome di dominio universale.

⁸⁰ Se tutti giudicano l’alternativa a’ non peggiore dell’alternativa a” e almeno qualcuno giudica a’ migliore di a”, l’ordinamento generato dal processo deve dichiarare a’ preferito strettamente ad a”.

⁸¹ Questa condizione va sotto il nome di non dittatorialità.

dina queste due alternative, non dal modo in cui altre alternative sono ordinate rispetto a ciascun elemento della coppia.⁸²

Arrow ha dimostrato che, se si hanno almeno 3 alternative e 3 individui, non c'è nessun processo di aggregazione che porti ad un ordinamento completo e transitivo che soddisfi simultaneamente tutte le condizioni sopra elencate. Lo stesso risultato è stato riformulato in modo più direttamente legato all'ottica adottata in queste note da Gibbard e Satterthwaite: ogni processo di scelta che soddisfa condizioni equivalenti a quelle sopra formulate è manipolabile da almeno un individuo nel senso che il risultato del processo stesso può essere influenzato da almeno un individuo attraverso il suo comportamento.⁸³

L'interpretazione più debole di questo risultato è che questa via di soluzione del problema della individuazione del punto focale nel senso sopra menzionato non funziona sempre, che non esiste alcuna via che funziona sempre. Quando non funziona si deve affrontare un problema del tutto analogo a quello che si voleva risolvere mediante l'uso di questa procedura: l'individuazione del punto focale degenera essa pure in un gioco con soluzioni multiple, con tutti i problemi che questo pone.

Ci si può però anche chiedere se alcune delle condizioni non siano molto più restrittive di quanto non appaiano a prima vista, se non sia sensato andare a vedere cosa succede quando si chiede qualcosa di meno, quando queste condizioni vengono indebolite. Qui si esaminerà solo uno dei casi che la letteratura ha studiato.

Si è partiti dall'ipotesi che gli ordinamenti individuali delle alternative potessero essere, normalmente fossero, diversi da un individuo all'altro. Ma vi sono criteri di giudizio sulla base dei quali ciascuno ordina le alternative che, quasi per definizione, sembrano essere caratterizzati da un grado di idiosincrasia molto più limitato;

⁸² Quest'ipotesi prende il nome di indipendenza dalle alternative irrilevanti. È importante chiedersi quali argomenti si porterebbero a favore o contro l'uso di ciascuna delle ipotesi sopra menzionate. Solo così si è in grado di valutare ciò che si sta facendo.

⁸³ Ad esempio attraverso la scelta dell'ordinamento delle alternative che dichiara essere il suo.

ad esempio, cosa sia “equo” o “giusto”, almeno da molti punti di vista, sembrerebbe poter, forse dover, essere definito senza riferimento a chi emette il giudizio di equità o di giustizia. Naturalmente questo non vuol dire che due individui debbano essere sempre d'accordo nel giudicare l'alternativa a' più equa dell'alternativa a'": se sono in disaccordo però, questo disaccordo deve essere spiegato o col fatto che ciascuno dà descrizioni diverse delle due alternative, nel linguaggio precedentemente usato, che l'informazione di cui ciascuno è dotato a proposito delle due alternative differisce da un individuo all'altro, e di conseguenza il loro dissidio sparirebbe se potessero raggiungere un modo comune di descrivere le alternative, o non sono d'accordo su cosa significhi equità, e qui il dissidio sparirebbe se si chiedesse ai due di usare lo stesso criterio, quello del primo o quello del secondo o un terzo elaborato tenendo conto della concezione del primo e del secondo.

Se questi fossero i soli criteri che contano per la individuazione del punto focale, il teorema di Arrow non si applicherebbe,⁸⁴ un punto focale esisterebbe ed il problema sarebbe risolto.

Ciò che ci si chiede è da dove vengano criteri di questo tipo e perché, e quando, venga loro data prevalenza su altri criteri, come i gusti personali, con cui sono normalmente in conflitto. È difficile dire se per fortuna o per sfortuna, ma anche questo è un campo che, oltre ad essere appassionante, è complesso e controverso.

Forse è solo suggestivo, ma sembra comunque interessante che quando ci si riferisce, ad esempio alla giustizia, si parli di “senso della giustizia”; senso ha la radice in comune sia con sensazione, sia con sentimento, ma nel caso in questione sembra che il legame vada molto più in direzione del mondo dei sentimenti; e quando si cerca di spiegare cosa faccia sì che uno rispetti il senso di giustizia, si fa di nuovo riferimento ad altri sentimenti, quali quelli dell'onore, della colpa, della vergogna. Sembra ovvio che i gusti e le sensazioni siano cose diverse rispetto ai sentimenti, ma dire dove finisce l'uno e dove

⁸⁴ In pratica, non si chiede più il soddisfacimento della condizione di dominio universale.

comincia l'altro, cosa li caratterizza e cosa li differenzia,⁸⁵ è lungi dall'essere facile, e sempre parlando di queste cose si usano poi altre parole, come emozioni, passioni, virtù, valori. Per i nostri scopi, però, non è necessario spingersi così avanti.

Ciò che è interessante è come si formano i sentimenti e i gusti. Come spesso accade, vi sono almeno due opinioni contrapposte a riguardo di entrambi i termini. V'è ragione di ritenere che l'amore per le cose salate o sciape dipenda essenzialmente dalle caratteristiche del proprio metabolismo, dall'ambiente e dalle condizioni in cui si trova ad operare il nostro corpo⁸⁶, che le variabili non scelte o non determinate dall'individuo siano forse preponderanti nel decidere ciò che lui prova, nell'indurre questi gusti, e quindi che questi gusti possano essi stessi venir visti come dei dati esogeni. Ma si noti che si dice spesso che si "nutre" un certo gusto; quando si parla del bello, in poesia ad esempio, si ha l'idea che il senso del bello sia frutto dell'educazione, che si riceve o ci si dà, del tipo di associazioni, di sentimenti, di immagini, di sensazioni, che una parola è in grado di suscitare, del ritmo e del suono ottenuto o prodotto con l'uso di quella parola.

Per vedere la rilevanza di questa discussione, si osservi che, a seconda che si pensi che i gusti sono un dato fisiologico o un dato acquisito attraverso un processo messo intenzionalmente in atto, la funzione obiettivo di cui un individuo è dotato può essere vista come un elemento esogeno del problema o come elemento endogeno. Negli schemi sopra presentati esso è trattato essenzialmente come un elemento esogeno, appunto come un dato. Se lo si considera un elemento endogeno, la stessa formulazione dei problemi e la logica adottata per affrontarla devono essere riesaminate, anzi molti ritengono che debbano essere riviste radicalmente.

Ciò che si è detto a proposito dei gusti si può ripetere per i sen-

⁸⁵ Si pensi ai molti significati che si possono dare e ai molti contesti in cui si può impiegare una parola come "buono".

⁸⁶ Ad esempio, quanti sali perdiamo attraverso la sudorazione, perché viviamo in un deserto infuocato o perché facciamo un lavoro faticoso. Ma quanto è un dato, un vincolo esogeno, e quanto è una scelta vivere in un dato ambiente o fare un certo lavoro?

timenti,⁸⁷ con le debite variazioni. In tempi passati si parlava esplicitamente di “educazione sentimentale”⁸⁸; in particolare, con riferimento ai sentimenti che ci interessano, la famiglia e la società in cui uno viveva venivano investite di compiti precisi in questo campo; e a prescindere dalla famiglia e dall’ambiente, si faceva un esplicito dovere all’individuo di raggiungere un adeguato sviluppo in questi campi.

In una visione forse un po’ laicale, essendo questi i sentimenti che regolano o influenzano il comportamento sociale di un individuo, il comportamento tenuto nelle interazioni, una ragione⁸⁹ per cui si insisteva su questi sentimenti era che essi facilitavano o portavano a comportamenti cooperativi e dunque favorivano il raggiungimento dell’efficienza paretiana.⁹⁰ V’era quindi un interesse collettivo sottostante le decisioni sulla qualità dei sentimenti nutriti da una persona.

In una visione molto più laicale, questi sentimenti vengono visti come iscritti in un individuo, in un certo senso nel DNA delle persone, dall’evoluzione genetica attraverso il processo di selezione.⁹¹ La “dotazione” delle persone in questo campo non è più oggetto di scelta né dell’individuo, né della famiglia, né della collettività. In questo senso è un elemento interamente esogeno per l’analisi.⁹²

Questa è una delle interpretazioni dei così detti giochi evolutivi, a cui si è fatto cenno all’inizio di questa sezione, indicando l’esistenza di un secondo modo di studiare il problema della convergenza ad un equilibrio.

⁸⁷ Il caso delle passioni è più controverso, ma anche qui si sente spesso parlare di “educazione”, anche se più spesso si insiste sul “controllo”, delle passioni.

⁸⁸ Ma forse ci si riferiva soprattutto all’educazione delle passioni.

⁸⁹ Molti insisterebbero, non l’unica né la più importante.

⁹⁰ Si rammenti che l’efficienza paretiana è cosa distinta dalla massimizzazione della funzione obiettivo del singolo. Anche per questo si insisteva che gli obiettivi individuali dovevano essere temperati con la realizzazione del “bene comune”.

⁹¹ Una formulazione di questo tipo traspare, ad esempio, in Gibbard (1993).

⁹² V’è un intero settore della teoria dei giochi dedicato all’analisi dei meccanismi evolutivi. Vedi Maynard Smith (1982).

Per fare un esempio molto semplice, si consideri una collettività formata da individui di tipo C programmati per giocare cooperativo il dilemma del prigioniero caratterizzato dalla seguente matrice:

A \ B	C	NC
C	2 ; 2	0 ; 3
NC	3 ; 1	1 ; 1

Si supponga ora che compaiano dei mutanti, di tipo NC, programmati invece per giocare non cooperativo. Sia p_C la percentuale dei primi e p_{NC} quella dei secondi.⁹³ Nel gioco in questione i giocatori NC ottengono, in media,⁹⁴ sempre vincite maggiori di quelle ottenute dai giocatori C. Si supponga che il saggio di crescita di ciascuna popolazione sia proporzionale alla vincita media. È facile vedere che, in queste condizioni, il tasso di crescita della popolazione di tipo C⁹⁵

⁹³ Ovviamente, $p_{NC} = 1 - p_C$, e sia p_C sia p_{NC} appartengono all'intervallo chiuso $[0; 1]$.

⁹⁴ Se i giocatori chiamati a partecipare al dilemma del prigioniero sono estratti a caso dalla popolazione complessiva, vi sarà una probabilità $p_C p_C$ che due giocatori di tipo C siano chiamati a giocare l'uno contro l'altro, $p_C p_{NC}$ che un giocatore di tipo C sia chiamato a giocare con uno di tipo NC, e così via. La vincita media dei giocatori di tipo C sarà pari a $2 p_C + 0 p_C p_{NC}$ mentre quella dei giocatori di tipo NC sarà pari a $3 p_C + 1 p_{NC} = 1 + 2 p_C$.

⁹⁵ Dal momento che i due saggi risultano essere pari, rispettivamente a:

$$\frac{d p_C(t) / d t}{p_C(t)} = 2 p_C$$

e

$$\frac{d p_{NC}(t) / d t}{p_{NC}(t)} = 1 + 2 p_C$$

è sempre inferiore a quello della popolazione NC.⁹⁶ Nel lungo periodo, per quanto piccola la popolazione dei mutanti introdotta nel sistema, esso conterrà quasi esclusivamente individui di tipo NC.

Questo schema è stato elaborato dapprima per studiare problemi biologici di diffusione di mutazioni genetiche che si verificano in modo casuale, vedere sotto quali condizioni essa può sopravvivere, se è destinata a diventare una caratteristica generale o porterà alla sopravvivenza di popolazioni miste, in parte caratterizzata dalla mutazione e in parte no.

Si dice *equilibrio di Nash evolutivamente stabile* una composizione della popolazione, e quindi una distribuzione di strategie, che, date le leggi di propagazione postulate, non solo tende a permanere nel tempo,⁹⁷ ma che deve essere raggiunta partendo da situazioni sufficientemente vicine ad essa, nel caso di stabilità *locale*, o da qualsiasi posizione si parta, nel caso di stabilità *globale*.

Nell'esempio sopra riportato, esistono due equilibri, uno associato a $p_C = 1$, che è però instabile, dal momento che ogni immisione, per quanto piccola di agenti di tipo NC mette in moto una dinamica che allontana sempre di più da esso, l'altro associato a $p_C = 0$, o, se si vuole, a $p_{NC} = 1$, che è localmente stabile.⁹⁸

Per far vedere quanto sia importante il meccanismo che opera sulle popolazioni di diverso tipo, si supponga, ad esempio, che la vincita media determini non più il saggio di crescita ma l'incremento della popolazione di un certo tipo.⁹⁹ La popolazione di tipo NC aumenta più di quanto aumenti la popolazione di tipo C, ma se si guarda alla struttura della popolazione, p_C/p_{NC} , si scopre che vi sono ora tre equilibri, $p_C = 1$, $p_C = 0$ e, in più, $p_C = 1/4$. I primi due sono equili-

⁹⁶ Che è pari a
 $d p_{NC}(t) / d t$

⁹⁷ Questa è una caratteristica necessaria perché essa sia di equilibrio.

⁹⁸ Qui il "localmente" è richiesto dal fatto che si converge a $p_{NC} = 1$ solo se si parte da $p_C \in [0; 1)$, non all'intero intervallo $[0; 1]$.

⁹⁹ Ossia che $d p_C(t) / d t = a 2 p_C$ e $d p_{NC}(t) / d t = a (1 - 2 p_C)$.

bri instabili, mentre l'ultimo è un equilibrio localmente stabile.¹⁰⁰ Esiste un risultato generale, quando si opera in una sola dimensione, ottenuto per primo da Samuelson,¹⁰¹ che assicura che ogni equilibrio stabile è separato da un altro equilibrio localmente stabile da un equilibrio instabile.

Affidarsi a mutazioni genetiche richiede solitamente considerare tempi molto lunghi.¹⁰² Ma accanto al genoma, per lo meno in molti esseri viventi e certamente nell'uomo, v'è la cultura, intesa in senso lato. Molta della cultura si forma per imitazione di comportamenti di "successo", un'imitazione in genere irriflessa, che non è in grado di dare una giustificazione del "successo" e neppure è in grado di distinguere "successi veri" da "successi spuri".¹⁰³

Ciò che hanno in comune queste due visioni, quella basata sulla scelta razionale e riflessa e quella di tipo evolutivo, è la giustificazione del processo, vuoi di educazione, vuoi di selezione, in termini di atteggiamento nei confronti della cooperazione e dunque della realizzazione dell'efficienza paretiana.

Nella generalità dei casi, gli individui finiscono per comportarsi in maniera diversa da come la razionalità individuale direbbe

¹⁰⁰ Con le nuove ipotesi, il saggio di crescita della popolazione di tipo C è pari a $2 p_C / p_C = 2 a$, mentre quello della popolazione di tipo NC è pari ad $a(1+2p_C) / (1-p_C)$. Per $1 > p_C > 1/4$, il tasso di crescita della popolazione NC è maggiore di quello di C, così che p_C / p_{NC} cade; il fatto che il tasso di crescita della popolazione di tipo C, a differenza di quello della popolazione NC sia una costante, fa sì che per $0 < p_C < 1/4$, il tasso di crescita di C superi quello di NC, così che p_C / p_{NC} aumenta. Si converge a $p_C = 1/4$ partendo da un qualsiasi $p_C \in (0; 1)$.

¹⁰¹ Vedi, ad esempio, Samuelson (1948).

¹⁰² Con la lunghezza che dipende dalla vita media dei singoli organismi, dai tassi di natalità e di mortalità, ecc. Questa è la ragione per cui molti esperimenti genetici, soprattutto ai primordi dell'ingegneria biologica, usavano esseri con vita media molto breve.

¹⁰³ Un celebre esempio di Simon (1983) suppone l'esistenza di più comunità non comunicanti tra loro, alcune affette dalla mutazione di tipo NC, altre immuni. Nel lungo periodo, le comunità immuni crescono ad un tasso più alto di quello delle altre.

che ci si deve comportare se si vuol massimizzare la propria funzione obiettivo. In un certo senso, la teoria dice cose diverse da quel che si osserva¹⁰⁴ accadere nella realtà perché usa: a) un certo concetto, un certo modo di formalizzare cosa si intende per centro di decisione, e in particolare per persona, un modo che, almeno per alcuni aspetti, è parziale¹⁰⁵; e b) un certo modo di definire cosa si intende per razionalità, cos'è essere razionali.

Il primo punto porta in direzioni troppo complicate per essere affrontate in queste note. Per quanto riguarda il secondo, si è già avuto modo di accennare sopra che vi sono problemi al riguardo e su di esso si dovrà tornare più ampiamente in un capitolo successivo. Usare l'ipotesi di razionalità è, da molti punti di vista, indispensabile se non si vuole cadere nell'idiosincrasia, in una situazione in cui si può dire tutto ed il contrario di tutto; è ciò che permette una qualche generalità nell'analisi di un gioco, che le dà un qualche valore oggettivo.

Il problema è quello di vedere se essere razionali è una scelta o è qualcosa a cui si è costretti. Naturalmente, essere razionali può essere costoso e difficile, ma il problema che ci si pone non è se è realistico supporre che la gente sia razionale nel senso sopra indicato; il fatto che non si riesca ad essere razionali perché non se ne è capaci non è in questione. Se essere razionali, nei limiti in cui se ne è capaci, è una scelta, essa deve avere una giustificazione. Si è soliti rifarsi a un principio formulato da Hume; la ragione deve essere una schiava delle passioni. Hume parla di ragione e di passioni; ma la prima viene identificata da molti con la razionalità.¹⁰⁶ La razionalità, in quest'ottica, ha un ruolo puramente strumentale e deve essere usata nei limiti in cui come strumento produce risultati desiderabili. Se ci

¹⁰⁴ Sempre che veramente si osservi.

¹⁰⁵ Tiene conto, ad esempio, dei gusti, che danno individualità, distinguono un individuo dall'altro; molto meno dei sentimenti e dei valori, che è ciò che fa, secondo alcuni, di un centro di decisioni una persona e che fanno di una persona un essere sociale.

¹⁰⁶ Somiglianze e differenze tra ragione e razionalità sono un altro tema molto importante la cui discussione porta però troppo lontano per poter essere affrontato qui.

si muove in quest'ottica, il problema che occorre affrontare è dire quale sia l'alternativa, se ve n'è una, alla razionalità definita come sopra e giustificare il ricorso ad essa in determinate condizioni.¹⁰⁷

4.4. Efficienza

Prima di entrare nella discussione di questo argomento bisogna formulare il concetto di efficienza in una forma più soddisfacente di quella intuitiva usata fino ad ora, anche se i problemi direttamente legati all'efficienza verranno affrontati più avanti.

Dato l'insieme R dei risultati raggiungibili adottando un qualche vettore di azioni a in A , è possibile associare a ciascun r in R un vettore di guadagni $u[r(a)] = \{u^1[r(a)]; \dots; u^f[r(a)]; \dots; u^F[r(a)]\}$, che indica il valore raggiunto dalla funzione obiettivo per ciascuno dei componenti della collettività quando si mette in atto l'insieme di azioni a .

Si dice che $r(a)$ *domina strettamente nel senso di Pareto* $r(a')$, o, per semplicità, che a *domina strettamente nel senso di Pareto* a' , se $u^f[r(a)] \geq u^f[r(a')]$ per ogni f in F , e $u^f[r(a)] > u^f[r(a')]$ per almeno un f in F . Si dice che $r(a)$ *domina debolmente nel senso di Pareto* $r(a')$, o, per semplicità, che a *domina debolmente nel senso di Pareto* a' se $u^f[r(a)] \geq u^f[r(a')]$ per ogni f in F .

Si dice che a soddisfa la *condizione di Pareto forte* se non esiste alcun a' in A che domina debolmente nel senso Pareto a . Si dice che a soddisfa la *condizione di Pareto debole* se non esiste alcun a' in A che domina strettamente nel senso di Pareto a .¹⁰⁸

¹⁰⁷ Di fronte a simili sterminati e affascinanti panorami, non è dubbio che molti lettori, come molti cultori di questa materia, col Poeta esclaminino: “... e il naufragar m'è dolce in questo mare”. Si deve però ammettere che c'è tipo e tipo di naufragio e, nei momenti di sobrietà, si è ragionevolmente perplessi dagli aspetti spiacevoli che l'evento può presentare. Prima di abbandonarsi al mare, è buona regola fare i conti con le proprie capacità di navigatori.

¹⁰⁸ A una prima lettura, strettamente e debolmente sembrano essere invertiti. Ma si noti che se $r(a)$ domina strettamente $r(a')$ lo domina anche debolmen-

Si dice che l'insieme di azioni a' porta a una situazione *efficiente nel senso di Pareto* o, per brevità, che a' è efficiente nel senso di Pareto se accade che non esista alcun a in A tale che $u^f[r(a)] \geq u^f[r(a')]$ per ogni f in F , e $u^f[r(a)] > u^f[r(a')]$ per almeno un f in F . In altre parole, a' è efficiente nel senso di Pareto se non esiste alcun a in A , alcun a realizzabile, che la domina strettamente. Grosso modo, a' è efficiente nel senso di Pareto se non esiste alcun altro insieme di azioni realizzabili che faccia sì che almeno un agente raggiunga una situazione preferita a quella raggiunta quando si adotta a' senza che per questo nessuno venga a trovarsi in una situazione peggiore.

Si dice che l'insieme di azioni a' porta a una situazione *inefficiente nel senso di Pareto* o, per brevità, che a' non è efficiente nel senso di Pareto se accade che esiste un a in A tale che $u^f[r(a)] \geq u^f[r(a')]$ per ogni f in F , e $u^f[r(a)] > u^f[r(a')]$ per almeno un f in F . In presenza di inefficienza, la collettività è in grado di adottare un insieme di azioni a che porta qualcuno, e addirittura, in alcuni casi, ciascuno, dei suoi membri a una situazione che preferisce a quella in cui egli viene a trovarsi quando si adotta a' , senza che nessun altro si trovi peggio.

Se accade che $u^f[r(a)] > u^f[r(a')]$ per qualche f in F e $u^f[r(a')] > u^f[r(a)]$ per qualche altro f' in F , allora si dice che a , o meglio $r(a)$, non è confrontabile, o non è ordinabile, nel senso di Pareto con a' o con $r(a')$.

Sembra naturale dire che, se passando da a ad a' la situazione di almeno un agente f migliora mentre non peggiora la situazione di nessuno, la collettività sta meglio quando si adotta a' che non quando si adotta a , o dire che la collettività preferisce $r(a')$ ad $r(a)$.¹⁰⁹

È possibile affermare che la soluzione di un gioco gode di una qualche proprietà che la renda desiderabile, almeno che non sia

te mentre non è vero che se $r(a)$ domina debolmente $r(a')$ lo domina anche strettamente. Chiedere che sia soddisfatta la prima condizione è chiedere qualcosa di più forte che chiedere che sia soddisfatta la seconda ed è perciò che si parla di strettamente per la prima e di debolmente per la seconda.

¹⁰⁹ Da questa affermazione si possono trarre conclusioni arbitrarie e perverse. Vedete quali? Se non le vedete, leggete Sen (1970).

inefficiente nel senso di Pareto? Si dimostra che in genere non è possibile fare affermazioni di questo tipo, ed è facile constatarlo se si osserva quello che accade negli esempi di gioco solitamente utilizzati.

Vi sono giochi la cui soluzione è efficiente nel senso di Pareto: pari e dispari, semaforo,¹¹⁰ scacchi sono tutti esempi che rientrano in questa categoria. Vi sono giochi la cui soluzione è efficiente nel senso di Pareto ma hanno più di una soluzione: si è già citato il gioco del semaforo, ma il caso interessante è quello della battaglia dei sessi. Vi sono giochi che hanno una sola soluzione, ma inefficiente: l'esempio classico è quello del dilemma del prigioniero. Vi sono giochi che hanno più di una soluzione con alcune soluzioni, non sempre ma in alcuni casi anche efficienti nel senso di Pareto, che dominano nel senso di Pareto altre soluzioni: il caso canonico è il gioco del cervo e del coniglio.

Perché si dovrebbe essere interessati alle proprietà paretiane di una soluzione di un gioco? Ovviamente ci sono molti motivi.

Come si è detto, l'obiettivo di queste note è quello di presentare concetti e modi di vedere che siano utili per un'analisi delle istituzioni. Da molti punti di vista, un assetto istituzionale non è altro che una forma-gioco che specifica come si individua un centro di decisioni autonome, quali azioni o strategie ciascun centro può mettere in atto, quali effetti si possono associare ad un insieme di decisioni sulle strategie da adottare. Se si dota ciascun centro di decisioni di una funzione obiettivo, di un criterio di valutazione dei vari risultati raggiungibili, si ha un vero e proprio gioco.

L'assetto istituzionale è in larga misura qualcosa di prodotto dall'evoluzione storica passata. Da questo punto di vista può essere interessante vedere cosa può aiutare a capire perché un paese si sia mosso in una certa direzione, abbia adottato un certo assetto, ed un altro un assetto diverso, cosa può aver indotto a modificare un assetto esistente e a scegliere la direzione che si è scelta, quali effetti può aver avuto l'adozione di un assetto sul modo di funzionare di un paese, ad esempio sui risultati ottenuti dalla sua economia, su come funziona la società che lo compone, ecc..

¹¹⁰ Ad eccezione che per la soluzione in strategie miste, che però non è molto rilevante per il caso in questione.

Ma l'assetto istituzionale è anche qualcosa che non solo è cambiato e cambia, ma che si può cambiare, in alcuni aspetti o nel suo complesso; in un certo senso, l'assetto istituzionale è qualcosa che può essere scelto e costruito. Naturalmente questo sposta l'accento sull'identità ed eventualmente gli obiettivi e gli strumenti di cui dispone chi vuole cambiarlo.

Di fronte a questo terreno, l'economista si trova in grave imbarazzo. Sa che il signore di questo territorio è lo scienziato della politica e l'economista molto più di altri crede nei vantaggi della divisione del lavoro e della specializzazione nella produzione. Ma sa anche che lasciare questo dominio in monopolio allo scienziato della politica può essere male; non è tanto disturbato dal fatto che lo scienziato della politica possa estrarre laute rendite e profitti, che potrebbero pure essere giustificati, ma dal fatto che il monopolio dà potere e, secondo un antico detto, il potere corrompe ed il potere assoluto corrompe assolutamente. È dunque lo spirito di carità, che lo spinge a moderare le tentazioni a cui è esposto lo scienziato suddetto, la ragione per cui l'economista si sente costretto a mettere il naso, ma sempre con la discrezione ed il rispetto che lo caratterizzano, in casa altrui.

In un mondo che ribolle di desideri insoddisfatti, sembra un tale spreco che il sistema finisca in una situazione inefficiente¹¹¹ che un economista è costretto a chiedersi se sia possibile costruire un assetto, costruire un gioco, che sia caratterizzato dal fatto di avere solo soluzioni efficienti nel senso di Pareto.

Si noti l'ambizione. Alcuni scienziati della politica si sono fermati al Leviatano e anche con l'uso di questo artefatto non hanno dimostrato l'efficienza. Quel che l'economista vuol vedere è se esiste un gioco, quindi un sistema in cui esistono almeno due, ma potenzialmente molti di più, centri di decisione dotati di autonomia comportamentale e decisionale, in altre parole un sistema a decisioni decentrate che, in equilibrio, realizzi l'efficienza.

¹¹¹ Rispetto alla quale esiste dunque un'altra situazione raggiungibile che consente a tutti di realizzare la propria funzione obiettivo almeno nella misura in cui la realizzavano nella prima e a qualcuno di realizzarla in misura maggiore.

Quel che lo rende speranzoso è la conoscenza che ha dei sistemi di perfetta concorrenza, ed in particolare dei due teoremi fondamentali che caratterizzano gli equilibri di sistemi di questo tipo. Il primo afferma che ogni equilibrio di perfetta concorrenza, sia pure sotto opportune condizioni, è efficiente nel senso di Pareto.

È probabile che un teorema di questo tipo venga trovato ridicolo dallo scienziato della politica. Questi metterebbe in evidenza che l'economista chiede forse troppo poco alla vita. L'efficienza nel senso di Pareto non è tutto; nulla assicura che in equilibrio tutti stiano almeno decentemente, che non ci sia qualcuno, magari molti, che stanno veramente male e magari accanto a chi in equilibrio sta bene. Chi in equilibrio sta veramente male non trae grande sollievo dal sapere che comunque si è in una posizione efficiente nel senso di Pareto e lo scienziato della politica metterebbe in evidenza che in queste condizioni può ben scatenarsi la rivoluzione.

A propria difesa, l'economista può mettere in evidenza che si può voler discriminare tra posizioni alternative, tutte efficienti nel senso di Pareto. Naturalmente, parlare di due situazioni entrambe Pareto efficienti ma diverse ha senso quando le due situazioni non sono confrontabili sulla base del criterio di Pareto ossia, non sono indifferenti l'una all'altra ma passando dalla prima alla seconda qualcuno viene a star meglio e qualcuno viene a star peggio. Si tratta di completare l'ordinamento incompleto fornito dal criterio di Pareto e l'economista è in grado di dire quali ostacoli occorre superare fare per raggiungere questo risultato.¹¹² E l'economista di nuovo dimostra

¹¹² Si veda Arrow (1963) e la letteratura a cui ha dato luogo. Su questo punto occorrerà ritornare ancora. Non è detto che lo scienziato della politica trovi il ragionamento dell'economista rilevante, e ancor meno convincente; del resto neppure tutti gli economisti sono unanimi in questo campo. Gli scienziati hanno un amore un po' sospetto per concetti, spesso lasciati nel vago e non ben definiti ma comunque minacciosi e solo apparentemente risolutivi, quali il potere e la forza. Ma anche se lo stato raggiunto dall'economia è determinato da chi ha il potere, se questi è razionale e non maligno, deve essere uno stato efficiente nel senso di Pareto, così che si ricade nel dominio del teorema a cui si farà cenno tra breve; e se chi ha il potere vuole giustificare l'uso che ne fa (cosa che in tempi recenti sembra sempre più in

che, sotto ipotesi relativamente deboli, si deve comunque scegliere una posizione efficiente nel senso di Pareto e che, sotto condizioni questa volta piuttosto restrittive, soprattutto riguardo alla struttura delle preferenze e alle caratteristiche delle tecniche di produzione, quasi ogni posizione efficiente è raggiungibile come equilibrio di perfetta concorrenza, pur di avere strumenti di redistribuzione opportuni. Questo è il senso del secondo teorema fondamentale.

Gli economisti, in realtà, da parecchi decenni, si sono sentiti sempre più insoddisfatti di questi risultati: quando si sono provati a formalizzare cosa si intendeva per perfetta concorrenza, hanno visto cos'era e che era difficile credere che fosse una cosa di questo mondo. A tutto ciò si è aggiunto un crescente scetticismo sul realismo delle condizioni che consentono di utilizzare il secondo teorema.

Conoscendo almeno un po' dei problemi che la teoria dei giochi mette in evidenza, hanno deciso di vedere se si poteva avere di più: che l'equilibrio fosse un equilibrio in strategie dominanti così che la gente, da un lato, non dovesse utilizzare una quantità smisurata di informazione difficilmente ottenibile e comunque costosa da gestire sugli altri e, d'altro lato, non avesse bisogno di ricorrere a meccanismi complessi e di dubbio funzionamento che hanno il compito di coordinare nella maniera corretta le decisioni individuali. Su questo punto essi sono sfortunatamente arrivati ad una risposta, largamente negativa, ma che informa sui come e i perché, sui problemi che occorre affrontare se ci si vuol muovere su questa strada.¹¹³

Ma ci si può forse consolare dicendo che considerare un sistema economico nel suo complesso e volerlo trattare come un unico grande gioco è ritentare la costruzione della torre di Babele.¹¹⁴ Si può quindi volere esaminare pezzi o parti di questo grande gioco, ma oc-

voga, forse perché può sempre servire nei confronti di chi il potere lo deve subire), deve utilizzare l'armamentario che è suggerito dall'economista.

¹¹³ Su questo punto si vedano i lavori di Hurwicz (1986).

¹¹⁴ Prima di considerarlo un gioco stupido e senza valore, si pensi alle meraviglie che fa per il Kim di Kipling il desiderio di partecipare al "grande gioco", anche se non ne capisce un gran che.

corre far attenzione al fatto che isolare alcune parti da altre è un mestiere pericoloso.

Le difficoltà maggiori dell'impresa derivano essenzialmente dal fatto che ciascun soggetto dispone di una quantità di informazioni limitata, che l'informazione posseduta da uno è diversa da quella posseduta da un altro e una parte dell'informazione su ciascun agente è posseduta solo dall'agente in questione e può essere acquisita dagli altri solo se decide di rivelarla agli altri, e nella misura e nella maniera in cui questi, consciamente o inconsapevolmente, lo fa, che acquisire informazione, soprattutto quella posseduta da altri soggetti, è costoso e la veridicità dell'informazione ottenuta è comunque dubbia.

L'informazione può riguardare le caratteristiche di un soggetto, ad esempio, la stessa informazione di cui è dotato colui che si sta considerando¹¹⁵, l'insieme delle azioni che è in grado di compiere¹¹⁶ oppure i suoi criteri di valutazione¹¹⁷, oppure lo stato del mondo,¹¹⁸ l'azione messa in atto da un individuo e le sue qualità o anche l'azione che dovrebbe fare se deve agire nel miglior interesse di

¹¹⁵ Quanto sa di medicina il medico da cui ci si sta facendo visitare, o di economia il professore che si sta ascoltando. Ciò che rende particolarmente pericolosi medici e docenti è però, soprattutto, quanto loro stessi non sanno di non sapere. Quanto alle conoscenze dell'aspirante malato o dello studente al momento di scegliere medico o insegnante, su questo punto sono spesso nelle mani di Dio.

¹¹⁶ Se il chirurgo da cui ci si deve far operare sa usare il bisturi, ha la mano ferma, ha sacrificato a Bacco di recente con *abandon*; supponendo che l'economista sappia qualcosa di concreto, se sa come e quali operazioni si fanno in borsa, se sa qualcosa su quello che si può pensare succederà a un titolo, ecc.

¹¹⁷ Chi ci sta consigliando l'operazione è un sadico che ci odia a morte, o invece è uno che tiene molto alla sua professionalità e vuol dimostrare di essere all'altezza della propria fama, o infine, è uno che mira solo ai quattrini; l'economista è prezzolato da una società che vuol piazzare le proprie azioni, oppure è alle prime armi e vuol farsi un nome, o anche sta parlando solo per far vedere che anche lui ha la bocca.

¹¹⁸ Ad esempio, se c'è un cliente in negozio e chi è e cosa vuole e quindi cosa sarebbe bene che il commesso facesse nell'interesse del proprietario del negozio.

qualcun altro. Come si è detto, qualche volta l'informazione si può acquisire, attraverso l'osservazione o il controllo, o osservando gli effetti prodotti dall'azione messa in atto. Ma spesso la si acquisisce troppo tardi, spesso si deve decidere senza avere il tempo di acquisire e di verificare tutta quella che occorrerebbe; qualche volta, anche conoscendo i risultati è impossibile risalire all'azione a cui sono dovuti. Comunque tutte queste cose hanno un costo, che potrebbe essere non giustificato dal beneficio che disporre dell'informazione in questione è in grado di generare.

Questa è la ragione per cui un'economia non può funzionare in modo efficiente se non vi è in qualche misura decentramento delle decisioni. Il decentramento è riconoscimento dei limiti della propria (e altrui) informazione, del fatto che il potere di decidere deve essere commisurato alla quantità di informazione che si possiede, che può essere "meglio"¹¹⁹ utilizzato da chi ha quella rilevante. Questi fatti contribuiscono alla spiegazione dei vantaggi realizzabili attraverso la divisione del lavoro e la specializzazione nella produzione. Ma il decentramento è anche il riconoscimento dell'esistenza di obiettivi divergenti dei centri decisionali che vengono dotati di aree di autonomia reciprocamente riconosciuta e del diritto di utilizzarle in modo ottimale dal proprio punto di vista.

Se ci si fermasse a questo punto, si avrebbe solo una ragione per il decomporsi, il frammentarsi di una collettività in unità più piccole. Ciò che blocca questo processo e fa da collante è il fatto che non è possibile e comunque non è nell'interesse di questi centri rendersi l'uno autosufficiente rispetto all'altro; questi centri, pur dotati di autonomia, hanno normalmente interesse ad interagire tra di loro, se non altro per poter sfruttare i vantaggi che la specializzazione nella produzione e la divisione del lavoro consentono di realizzare. Di conseguenza, il normale funzionamento dell'economia si concretizza in una miriade di interazioni tra centri dotati di una propria autonomia decisionale e comportamentale usata nel perseguire obiettivi, interazioni non del tutto slegate, che anzi nel loro complesso devono risultare compatibili tra di loro, ma spesso sufficientemente separabi-

¹¹⁹ Ma solo se accompagnato dalla appropriata struttura di incentivi.

li l'una dall'altra da consentire un'analisi sensata di quel che accade nel corso di ciascuna.

Da questo punto di vista, l'assetto istituzionale è costituito dalle regole di riconoscimento dell'esistenza di un centro dotato di autonomia, da quelle che determinano il contenuto di ciascuna sfera di autonomia e gli eventuali vincoli al suo uso, e soprattutto, dal nostro punto di vista, dai modi e dagli strumenti con cui i singoli centri possono regolare le interazioni che decidono di mettere in atto.

Per entrare in questo campo, proprio per i problemi di informazione che lo caratterizzano, la prima cosa da fare è dotarsi della conoscenza delle importanti e indispensabili estensioni della teoria dei giochi per metterla in grado di trattare casi, appunto, in cui l'informazione è limitata ed è distribuita in modo asimmetrico tra le varie parti. Purtroppo, sotto condizioni molto deboli, cosa che rende la sua validità molto generale, vale, in questo settore soprattutto, il risultato di impossibilità di Hurwicz, di inesistenza di assetti caratterizzati da equilibri di Nash efficienti nel senso di Pareto.

Questo risultato sull'inefficienza dei meccanismi a decisione decentrata ha un'applicabilità molto più generale del contesto sopra indicato. Gran parte delle interazioni che avvengono tra gli individui che compongono la collettività cade sotto il suo dominio.

Singolarmente prese, le interazioni possono essere descritte come giochi, situazioni in cui due o più centri dotati di autonomia hanno interesse a mettere in atto delle azioni che hanno riflessi sul livello di realizzazione degli obiettivi di ciascuno di essi ma il cui esito, ciò da cui dipende la misura in cui l'interazione produce effetti sulla realizzazione degli obiettivi di ciascuno di essi, è legato, se non determinato, appunto a ciò che ciascuno di essi ha deciso, autonomamente, almeno fino a un certo punto, di mettere in atto. I problemi nascono dal fatto che gli obiettivi che ciascuno di essi persegue non sono in genere coincidenti ma, per alcuni aspetti, li pongono in contrasto. V'è in generale coesistenza della desiderabilità di raggiungere accordi e allo stesso tempo conflitto su quali accordi raggiungere e su quali comportamenti mettere in atto.

A seconda della natura e del tipo di interazione,¹²⁰ della struttura degli obiettivi perseguiti,¹²¹ e infine delle caratteristiche che l'assetto istituzionale impone all'interazione, si possono presentare tutte le situazioni descritte nei giochi precedenti.

Non pongono problemi le interazioni descrivibili come giochi con soluzione in strategie dominanti efficiente nel senso di Pareto, ad esempio nel gioco delle api e dei peschi. In condizioni di informazione completa su di sè, non è neppure necessario che i giocatori si parlino, si accordino tra di loro; al massimo, quel che è importante è che riescano a sapere l'uno dell'esistenza dell'altro e che abbiano occasione di incontrarsi, di vedere l'opportunità di interagire tra di loro.¹²²

Pongono pochi¹²³ problemi quelli che richiedono un esplicito coordinamento dei comportamenti, ma non presentano conflitti di interesse a proposito del tipo di coordinamento che viene scelto.¹²⁴

Forse inaspettatamente, presentano problemi le situazioni in cui è necessario un coordinamento, in quanto vi sono più soluzioni

¹²⁰ Sostanzialmente, a seconda delle caratteristiche di $r(a)$.

¹²¹ Nella notazione precedentemente introdotta, di $u^f(r(a))$.

¹²² Di fatto, l'informazione può essere dannosa e ciò rende difficile vedere quanta informazione è desiderabile che i soggetti posseggano. Chi alleva api, decide di farlo indipendentemente da ciò che decide di fare chi coltiva peschi e viceversa. Se gli individui sanno che il risultato raggiunto dipende da ciò che fa l'altro ed influenza quel che l'altro ottiene, diventa dubbio cosa di ciò che si ottiene sia dovuto a chi, quanto della produzione di pesche sia dovuto all'attività delle api e quanto del miele ottenuto sia dovuto alla presenza di peschi. Ciò significa che si possono accampare dei diritti sul prodotto ottenuto dagli altri e vedere gli altri accampare diritti sul proprio. In un certo senso, la distribuzione dei vantaggi generati dall'interazione può diventare terreno di conflitto e portare a una situazione per alcuni versi simile a quella che caratterizza una battaglia dei sessi.

¹²³ In realtà, qui si è forse un po' troppo *naïf*. Molto dipende da come si pensa che il gioco venga giocato, dal contesto, soprattutto informativo, di cui è dotato ciascun giocatore. Si veda, ad esempio, Crawford - Haller (1990).

¹²⁴ Il paradigma di queste situazioni è costituito dal gioco del semaforo.

ma con una in particolare che domina tutte le altre nel senso di Pareto, magari anche efficiente.¹²⁵

I problemi cominciano a diventare più spinosi ed interessanti nei casi di interazioni che richiedono coordinamento, hanno soluzioni efficienti nel senso di Pareto, ma sono caratterizzati da conflitto tra le parti sul tipo di coordinamento su cui accordarsi.¹²⁶

Da molti punti di vista, i giochi di maggior interesse sono quelli che hanno soluzioni inefficienti nel senso di Pareto. Si pensi a situazioni del tipo dilemma del prigioniero. È in questi casi che giocare il gioco così come si presenta può essere stupido; se i giocatori potessero vincolarsi, potrebbero trasformare il gioco così da rendere equilibrio una situazione che domina l'equilibrio del gioco originario, magari addirittura una situazione efficiente nel senso di Pareto. Ciò significa che si può supporre che queste interazioni vengano effettuate, questi giochi vengano giocati, così come si presentano naturalmente, come sorgono spontaneamente, oppure che gli individui abbiano la possibilità, se lo vogliono, di arricchire e rendere specifica la struttura dell'interazione.

Quest'ultima ipotesi descrive ciò che si fa solitamente quando si stipula un contratto: o si rende possibile giocare un gioco che altrimenti si sarebbe evitato di giocare perché sarebbe stata molto alta la probabilità di uscirne perdenti, o si rende possibile giocare un gioco più vantaggioso di quello pur vantaggioso che si sarebbe dovuto giocare in assenza di contratto.

Stipulare un contratto, da questo punto di vista, è innanzi tutto raggiungere un accordo su come ripartirsi i vantaggi generati dal coordinamento rispetto alla situazione iniziale; da un certo punto di vista è risolvere un gioco del tipo battaglia dei sessi. Già questo mette in evidenza che il problema principale della teoria dei contratti non è tanto

¹²⁵ Il riferimento è al gioco del cervo e del coniglio. Se si crede a quello che si è detto, si osservi che il fatto che una soluzione domini un'altra può renderla "saliente" rispetto all'altra, ma non è ragione sufficiente per affermare che essa è quella che si osserverà. Per quanto saliente sia la "salienza", perché diventi rilevante in genere occorre che siano soddisfatte ulteriori condizioni. Si veda, ad esempio, Aumann (1990) e Farrel – Rabin (1996).

¹²⁶ Ovviamente, qui il riferimento è a situazioni del tipo battaglia dei sessi.

quello di vedere quale comportamento terranno le parti in presenza di un dato contratto, ma come congegnarlo, come costruirlo.

Il ruolo del disegno va poi oltre. Stipulare un contratto, se è visto semplicemente come il raggiungere un accordo, sia pure vantaggioso per tutte le parti rispetto all'equilibrio del gioco iniziale, non ha di per sé alcun effetto, almeno in situazioni come il dilemma del prigioniero.¹²⁷ È necessario che il contratto abbia l'effetto di legare le mani, non solo dare ragione, ma convincere l'altro della inevitabilità della ragione di ciascuno di rispettare i patti.

Le maniere in cui ci si possono legare le mani, o le ragioni per non usarle in maniera "impropria", sono molte e diverse a seconda delle caratteristiche dell'interazione.

Se l'interazione è solo uno stadio di una successione di interazioni simili che avranno luogo tra gli stessi giocatori, sotto opportune ipotesi, ciascuno può vincolare l'altro e sentirsi vincolato al rispetto del contratto dal potere di ritorsione che ciascuno può esercitare nelle mani successive del gioco, nelle interazioni future.¹²⁸ Si argomenterà più avanti che, sotto opportune ipotesi, una successione di dilemmi del pri-

¹²⁷ Si rammenti che nel caso del dilemma del prigioniero, permettere ai due prigionieri di parlarsi e di accordarsi non cambia nulla sul fato a cui vanno incontro. Ma su questo punto, si rifletta sulle discussioni correnti sulla possibilità che i pentiti abbiano coordinato i loro "pentimenti".

¹²⁸ Bisogna stare attenti a non farsi ingannare dall'apparente ovvietà di quel che si è detto. Poter punire un altro, usare la ritorsione non è solo poter fare qualcosa che gli fa male ma essere in grado di fare qualcosa che incide su ciò che è razionale per l'altro fare e avere ragione di farlo, il che rende credibile e razionale l'uso della ritorsione. Nel dilemma del prigioniero non ripetuto, almeno nella sua versione usuale, non si ha possibilità di ritorsione: se A usa la strategia non cooperativa, se confessa, ovviamente peggiora la situazione di B, ciò che B può ottenere qualunque cosa faccia; ma B non cambierebbe il proprio comportamento se A usasse la strategia cooperativa (non confessasse); in questa situazione A non ha modo di incidere su ciò che è meglio fare per B. Ma non basta essere in grado di incidere, ovviamente a proprio favore, su ciò che è meglio fare per B; applicare la ritorsione normalmente è costoso anche per A, lo danneggia; occorre dunque che B creda che A abbia ragioni sufficienti per applicare la ritorsione nei casi appropriati.

gioniero ripetuti può essere trasformato in una successione di giochi del tipo cervo - coniglio. Tutto ciò permette e richiede una forte “personalizzazione” delle interazioni, con importanti riflessi sulla descrizione da usare per rappresentare un dato sistema economico.

Se l’interazione è destinata a ripetersi, ma con giocatori diversi, ed è giocata con sufficiente osservazione pubblica di almeno alcune sue caratteristiche, la reputazione di persona che rispetta o non rispetta la parola data che uno si fa a seconda di come gioca diventa rilevante. L’osservazione pubblica è però costosa. Tipicamente i meccanismi che poggiano sulla reputazione devono essere parsimoniosi in termini di quantità di informazione che deve essere utilizzata: in pratica, richiedono che le interazioni rispettino regole semplici, che non dipendono dalla storia precedente di ciascuna delle parti di una determinata interazione. Questo incide sia sulla libertà delle parti di ripartirsi i guadagni di efficienza, eventualmente sulla misura in cui i possibili guadagni di efficienza possono essere realizzati, sia sul tipo di accordi che possono essere garantiti attraverso il meccanismo della reputazione. La punizione per la violazione di un patto deve inoltre essere applicata da qualcuno che non è stato parte di quell’interazione e punire è normalmente costoso anche per chi applica la punizione.¹²⁹ Tutto ciò limita la personalizzazione dell’interazione, da un lato, e, sempre per la necessità di risparmiare sulla quantità di informazione necessaria al funzionamento di questi meccanismi, limita i tipi di punizione che possono essere adottati, dall’altro. Questi meccanismi danno infine grossi compiti alla società nella gestione della reputazione dei suoi membri.

Naturalmente, nella nostra società si scrive un contratto soprattutto per poterlo far valere, nei casi deprecati di violazione o sospetta violazione, presso un tribunale. Questo potrebbe consentire di sostenere equilibri cooperativi anche in interazioni non ripetute. Ma anche questa via, che permette personalizzazione, ha limiti e problemi; non tutto quello su cui ci si accorda può essere osservato da terzi e fatto valere in tribunale; mentre v’è un ovvio interesse di chi ricorre al tribuna-

¹²⁹ Questa causa problemi simili a quelli citati in una nota precedente a proposito della ritorsione nelle interazioni ripetute tra i medesimi giocatori.

le di veder rispettato il patto, questo non è sempre nell'interesse della collettività¹³⁰; infine, non tutti i casi in cui pure vi si potrebbe ricorrere finiscono in tribunale: la lite di fronte al giudice è solitamente una misura ultima a cui si ricorre, per la sua costosità, per la men che perfetta prevedibilità dei suoi risultati e per l'incertezza sui criteri con cui vengono decisi punizioni ed indennizzi.

Esiste un interesse delle parti in gioco ad estrarre da un'interazione tutti i possibili guadagni di efficienza che questa può generare, ma esiste anche un interesse collettivo a che in ciascuna di esse si realizzi il massimo dei guadagni di efficienza.¹³¹ Può quindi essere interesse della collettività tipizzare la struttura contrattuale da usare in determinate interazioni. La tipizzazione può facilitare il raggiungimento di accordi sulla ripartizione dei guadagni di efficienza che altrimenti potrebbero non essere raggiunti. E tipizzare è ciò che fa larga parte dei codici: la possibilità di analizzare questa struttura giuridica da un diverso punto di vista rispetto a quello del giurista è un ulteriore *bonus* pagato dalle teorie che si elaborano in questo campo.

Il problema dell'accordo in presenza di giochi con equilibri inefficienti nel senso di Pareto solleva domande peculiarmente interessanti quando viene associato all'asimmetria di informazioni. Sapere cose diverse è avere idee diverse e sapere cose diverse su ciò che può essere ottenuto dall'interazione, su quanti e quali guadagni di efficienza essa sia in grado di generare. Chi "sa di più" si trova spesso¹³² in una posizione di vantaggio su chi sa di meno. Sapere che si sta contrattando con qualcuno che "sa di più" pone molti problemi: da un lato, v'è ragione di diffidare dell'altro se costui sa qualcosa che può e ha interesse ad usare a nostro danno; d'altro lato, vi sono ragioni per affidare all'altro un ruolo maggiore nella decisione sul co-

¹³⁰ Permettere comportamenti che richiedono la violazione del patto può generare guadagni di efficienza superiori a quelli che la fedele esecuzione del contratto avrebbe comportato.

¹³¹ Questa affermazione dovrebbe essere argomentata molto più approfonditamente e soprattutto qualificata. Per ora la si prenda come suggestiva più che come apodittica.

¹³² Non sempre.

ordinamento da realizzare, su quali azioni è meglio che le parti facciano, su quale comportamento è “meglio” che tengano.

Questi elementi stanno alla base della spiegazione della formazione e dei problemi di funzionamento delle gerarchie¹³³ e permettono una certa formalizzazione del concetto di delega del potere di decisione e quindi del potere, sia pure solo in alcune sue dimensioni.¹³⁴

Combinando queste idee sul perché e le ragioni della gerar-

¹³³ La più semplice è quella che si stabilisce tra datore di lavoro e lavoratore. Quel che rende la situazione interessante, però, non è che vi sia qualcuno che sa di più di un altro, quanto che l'interazione avvenga tra persone che sanno e possono osservare cose diverse l'una dall'altra. Questo è ciò che sta alla base del così detto problema del principale-agente. In quest'ambito, si sono esaminati gli effetti di diversi tipi di asimmetria su ciò che si può ottenere attraverso un contratto e sul tipo di contratto che è conveniente stipulare ma si è probabilmente raggiunto il limite di ciò che si può dire senza specificare non solo a chi viene attribuito il ruolo di principale o quello di agente. Ad esempio, potrebbe essere interessante introdurre dei perché v'è asimmetria, eventualmente per quali ragioni, e dunque le ragioni per cui la relazione principale-agente viene posta in essere. In alcuni casi l'attribuzione dei ruoli appare ovvia; in generale non lo è, come dimostrano le analisi del tipo Hart - Moore (1990). È tipico della formulazione principale-agente dare al principale una sorta di posizione monopolistica nei confronti dell'agente: vedere cosa succede quando i ruoli vengono scambiati permette di vedere alcune ragioni del perché il potere di decisione dovrebbe, e magari effettivamente viene, distribuito in una certa maniera. La misura in cui si è in grado di determinare quali comportamenti verranno tenuti è certo una misura del potere, almeno in alcune sue dimensioni, detenuto da una persona ma la dipendenza dei risultati raggiungibili dal suo comportamento è probabilmente una delle radici di questo potere; quest'ultimo aspetto è tradizionalmente meglio analizzato con gli strumenti usati nell'ambito dei giochi cooperativi, a cui non si è fatto alcun cenno. Riuscire ad endogenizzare questa caratteristica potrebbe permettere di unificare contrattazione con delega e quella senza delega del potere decisionale, soprattutto moderare e qualificare l'asimmetria nella distribuzione del potere di decisione, in uno schema più generale di quello attualmente disponibile. La ricchezza di casi particolari può essere indice della ricchezza esplicativa, della vastità del campo di applicazione di un certo tipo di idee utilizzate; più spesso è il risultato di una insufficiente elaborazione delle strutture logiche fondamentali.

¹³⁴ Ma gli scienziati della politica conoscono molte altre ragioni.

chia, quelle sui costi associati al raggiungimento e all'assicurazione del rispetto di un accordo quando il numero dei giocatori in un'interazione è alto, e, infine, quelle sulla capacità di, e i vantaggi a, vincolarsi al rispetto di un contratto¹³⁵, si ottiene una spiegazione del perché esistono le imprese, come funzionano e che ruolo giocano in un sistema economico, una spiegazione che è forse, per quanto ancora largamente in elaborazione, la migliore, o almeno la più promettente in circolazione.

L'assetto istituzionale diventa qui parte integrante per spiegare la formazione di centri di decisione autonoma "artificiali", nel senso che non coincidono con persone fisiche, ma che hanno un ruolo particolarmente importante nell'analisi del funzionamento di un sistema; la loro presenza o assenza incide sul livello di efficienza con cui può operare un sistema economico. La vita di questi agenti (delle imprese, ad esempio, ma anche delle famiglie o dello stesso stato) poggia in maniera essenziale sulla capacità di instaurare relazioni, possibilmente personalizzate, potenzialmente durature, di rendere stabili alcune situazioni di interazione tra i soggetti che fanno parte del sistema. E dalla entità e natura di queste relazioni potenzialmente durature dipendono molte delle decisioni irreversibili, destinate a produrre effetti soprattutto sul lungo termine, che caratterizzano un sistema economico, in particolare, quelle di investimento, sia in capitale fisso fisico, sia in capitale umano.

In questo contesto è possibile riesaminare argomenti che sono stati dieta quotidiana dell'economista per molti secoli, ma sono stati visti in un'ottica diversa. Come si è detto, molte di queste interazioni hanno luogo attraverso contratti tipizzati stipulati in ambienti gerarchici, in cui vi è delega di potere, spesso giustificata da asimmetria di informazioni, in cui, se non la libertà contrattuale, il potere di contrattazione è distribuito asimmetricamente. Il rapporto di lavoro è una relazione di questo tipo. La teoria della distribuzione del reddito, che tradizionalmente è stata elaborata con riferimento a una situazione di concorrenza più o meno perfetta, in cui comunque le relazioni

¹³⁵ In pratica, il costo, l'importanza e i vantaggi che si ottengono dal godere di credibilità e di reputazione.

tra datore di lavoro e lavoratore sono impersonali, può, forse deve, essere rivista in una nuova ottica. Il rapporto di lavoro ed il contratto che lo regge possono essere visti come dotati di dimensioni che la teoria tradizionale non consente di tenere in conto. Il mercato del lavoro viene dotato di una struttura molto più complessa di quella tradizionalmente attribuitagli. Le ragioni di intervento di agenti collettivi, come i sindacati, ma lo stesso stato, ricevono giustificazioni diverse, incompatibili con la formulazione tradizionale.

È con riferimento ad esempi di questo tipo che si può valutare l'importanza dei problemi sopra menzionati che l'analisi delle istituzioni dovrebbe essere in grado di affrontare. Quali sono i meccanismi che fanno incontrare potenziali parti di un'interazione, che fanno sapere all'una dell'esistenza dell'altra? È possibile e necessario, quando e in quali condizioni, dare ad una parte il diritto di proporre la struttura contrattuale da adottare? E questi argomenti sono particolarmente importanti soprattutto nelle situazioni regolate da contratti tipizzati.

Nell'ambito di ciò che viene tipizzato si possono poi affrontare altri argomenti. Ci si può chiedere perché alcuni giochi che si sa che possono essere giocati, che di fatto qualcuno gioca, sono vietati. Per fare un esempio un po' estremo, si potrebbe decidere di abolire la proprietà privata, non nel senso di sostituirla con la proprietà collettiva o con quella comune, ma nel senso di dare a ciascuno il diritto di appropriarsi di tutto ciò che vuole e di tenerlo e usarlo fino a quando qualcun altro non glielo toglie.¹³⁶ Si può costruire un buon argomento a favore del superamento di una situazione di questo tipo e a favore dell'introduzione della proprietà, non necessariamente privata. L'argomento più semplice è che questi, quelli che prevedono la possibilità di appropriarsi e la necessità di doversi difendere da tentativi di appropriazione altrui, sono giochi a cui non si sceglie se partecipare o no; si può essere costretti a giocarli, a difendere ciò che si ha, anche se non si ha nessuna intenzione di appropriarsi di cose possedute da altri; e sono giochi la cui possibilità induce a consumare improduttivamente risorse, nel tempo speso a cercare di borseggiare e a

¹³⁶ Dalle nostre parti appropriarsi di una cosa in possesso di un altro senza il suo consenso viene detto furto e, se scoperto, viene talvolta punito.

guardarsi dall'essere borseggiati, che fa star peggio la collettività rispetto al caso in cui questi giochi non avvengano perché proibiti.

Messa così, si rischia di essere presi per quelli che scoprono l'acqua calda. Ma l'argomento consente di vedere le ragioni, i vantaggi e gli svantaggi della proprietà in un contesto molto più generale, ad esempio in termini di riflessi sul funzionamento degli incentivi a fare che sono legati alla proprietà. Cosa succede alle decisioni di produrre, quando produrre richiede tempo, consumo di risorse e non si è certi di godere dei frutti della propria attività? Chi, con lavoro e fatica, o magari baciato dalla fortuna, scopre un nuovo marchingegno o una nuova medicina, utile per l'umanità, dovrebbe essere tutelato con leggi sui brevetti, patenti, diritti d'autore? Se sì, perché, in che misura, come? Quando un bene deve essere considerato un nuovo bene o un'imitazione di un altro? Si dovrebbe e perché proibire di copiare?¹³⁷

Si noti quanto poco spazio si sia dedicato in questa sezione ai giochi del tipo pari e dispari e ai giochi a somma nulla in generale. Questi sono giochi peculiari. Nei giochi a somma nulla, una volta eliminate le eventuali strategie dominate, tutte le altre entrano in una qualche soluzione di equilibrio, ogni equilibrio, se ve n'è più di uno, è efficiente nel senso di Pareto, ma ciascuno di essi non confrontabile, sulla base del criterio di Pareto, con nessun altro. In altre parole, questi giochi sono caratterizzati dal fatto che non vi è alcuna convenienza per nessuno dei due giocatori ad accordarsi con l'altro, anzi che faranno di tutto per rendere difficile all'altro coordinarsi con la propria scelta e quindi cercheranno di nascondere le proprie scelte all'altro. Se il coordinamento non ha alcun vantaggio, quel che rimane nel gioco è il solo conflitto di interesse che contrappone le parti. Forse sorprendentemente per l'inesperto, questi giochi non sono molto interessanti dal punto di vista della teoria economica e per l'analisi delle istituzioni in particolare.

¹³⁷ L'ambiguità è voluta, nel tentativo, probabilmente vano, di suscitare l'attenzione di alcuni potenziali lettori.

Riferimenti bibliografici

- Arrow K. J. (1963) *Individual values and social choice*, Wiley, New York, I ed. 1953
- Arrow K. J. - Debreu G. (1954) "Existence of an equilibrium for a competitive economy", *Econometrica*, vol. 22
- Aumann R. (1990) Nash equilibria are not self-enforcing, in Gabszewicz J. J. - Richard J.-F. - Wolsey L. A. (a cura di) *Economic Decision-making: Games, econometrics and optimization*, Lausanne: Elsevier Science Publishers
- Binmore K. (1992) *Fun and games*, Lexington: D. C. Heath and Co.
- Crawford W. P. - Haller H. (1990) Learning how to cooperate: optimal play in repeated coordination games, *Econometrica*, vol. 58
- Farrel J. - Rabin M. (1996) "Cheap talk", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 10
- Gibbard A. (1973) "Manipulation of voting schemes: a general result", *Econometrica*, vol. 41
- Gibbard A. (1993) *Wise choices, apt feelings*, Oxford University Press, Oxford
- Hart O. - Moore J. (1990) "Property rights and the nature of the firm", *Journal of Political Economy*, vol. 98
- Hurwicz L. (1986) "Incentive aspects and decentralization", in Arrow K. J. - Intriligator M. D. (a cura di) *Handbook of mathematical economics*, North-Holland, Amsterdam
- Kuhn H. W. (1968) "Simplicial approximation of fixed points", in *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States*, vol. 61
- Maynard Smith J. (1982) *Evolution and the theory of games*, New York: Cambridge University Press
- Osborne M. J. - Rubinstein A. (1994) *A course in game theory*, MIT Press, Cambridge
- Samuelson P. A. (1948) *Foundations of economic analysis*, 2° edition (1983) Harvard University Press, Harvard
- Satterthwaite M. A. (1975) "Strategy-proofness and Arrow's conditions", *Journal of Economic Theory*, vol. 10

- Scarf H. (1985) "On the computation of equilibrium prices", in Scarf H. - Shoven J. B. (a cura di) "Applied general equilibrium analysis", Cambridge University Press, Cambridge, Mass.
- Sen A. K. (1970) "The impossibility of a Paretian liberal", *Journal of Political Economy*, vol. 78
- Sen A. K. (1986) "Social choice theory", in Arrow K. J. - Intriligator M. D. (a cura di) *Handbook of mathematical economics*, North-Holland, Amsterdam
- Simon H. (1983) *Reason in human affairs*, Stanford University Press, Stanford
- von Neumann J. - Morgenstern O. (1947) *Theory of games and economic behaviour*, Princeton: Princeton University Press

Appendice al cap. 4

Una digressione sul dilemma del prigioniero

Sono state mosse molte critiche alla soluzione canonica del dilemma del prigioniero, ed in particolare al fatto che essa rifletta e sia necessitata dall'ipotesi di razionalità.

Ad esempio, alcuni sostengono che la razionalità dell'uso della strategia dominante dipenda dall'impossibilità dei giocatori di comunicare e di accordarsi, che se i giocatori potessero comunicare ed accordarsi la razionalità sostanziale li indurrebbe a scegliere una strategia diversa.

Si supponga che, per disattenzione o per calcolo,¹³⁸ lo sceriffo permetta che i due prigionieri si parlino prima di andare, ciascuno separatamente, da lui e, nel colloquio a tu per tu, confessare o non confessare. Buon senso vuole che approfittino dell'occasione per accordarsi, ovviamente di non confessare. In tal caso, si sostiene, diventa razionale non confessare.

Qui tutto dipende da cosa vuol dire parlarsi: se parlarsi è uno scambiarsi la propria parola d'onore, così che il successivo confessare è un venir meno alla parola data, cosa che per un uomo d'onore può essere un peso che porta alla tentazione di suicidio, il gioco cambia; nel linguaggio precedentemente usato, diventa un gioco a due stadi in cui la matrice dei pagamenti, così come l'insieme delle strategie cambia nel passare dal caso in cui i due non possono parlare ed accordarsi o possono invece parlare. Il problema è che, in questo caso, non si sta più discutendo il dilemma del prigioniero e quale sia il comportamento razionale in senso sostanziale in quel contesto.

Per contro, nella versione del dilemma solita si suppone che, quando i due si parlano, possano accordarsi, ma ciascuno sa, e sa che l'altro sa, che nessuno dei due dà alcun peso al rispetto della parola data; ciò che importa per ciascuno sono solo gli anni di gale-

¹³⁸ E in questo caso, alla luce di quello che si dirà, non si può escludere che lo sceriffo sia stato nutrito di un certo sadismo dalla frequentazione degli astuti scienziati della politica.

ra che gli verranno inflitti. Potersi parlare non permette ai due prigionieri di sapere alcunché che non fosse loro noto anche prima di parlarsi e non incide sulle loro valutazioni circa le strategie da adottare. E in questa situazione, la possibilità di comunicare tra loro non cambia ciò che è razionale in senso sostanziale fare; se sono razionali in senso sostanziale, entrambi confesseranno comunque si fossero accordati.¹³⁹

Il difetto principale di attacchi di questo tipo è che non si pongono l'obiettivo corretto, quello di discutere se è razionale in senso sostanziale essere razionali in senso sostanziale quando si hanno delle alternative a questo tipo di razionalità.

Un diverso tipo di critiche, in un certo senso meglio mirato, è quello che contrappone ciò che è razionale con ciò che è moralmente giusto fare in una situazione di quel tipo. Questa discussione permette di chiarire alcuni punti che sono importanti anche per rispondere alla domanda formulata sopra. Senza entrare in discussioni di carattere etico, che richiedono competenze diverse dalle mie, il problema qui è che o si ritiene che l'etica sia arazionale, se non irrazionale *tout court*, oppure c'è un problema su cosa dice la razionalità in un contesto etico e cosa dice la razionalità in un contesto di gioco.

Personalmente credo che ci siano ragioni per sostenere che ciò che è moralmente giusto può essere diverso da ciò che, secondo la definizione usata in queste note, è razionale fare. Ma prima di procedere nella discussione occorre sgomberare il terreno da alcuni errori.

Un primo riguarda le relazioni tra razionalità ed egocentrismo. Tra queste due cose non esiste alcun legame necessario: si può essere razionali e non egocentrici e si può essere egocentrici e non razionali, per lo meno non nel senso sopra indicato. La razionalità, quando viene limitata alle scelte di comportamento, non discute la struttura e le caratteristiche della funzione obiettivo perseguita da un individuo, cose che si debbono invece usare per discutere

¹³⁹ Cosa pensate che succederebbe se uno dei due fosse un uomo d'onore e l'altro no e tutti e due sanno questo fatto e sanno chi è uomo d'onore e chi no?

l'egocentrismo; d'altra parte, l'egocentrismo riguarda gli obiettivi e non le scelte che si fanno per perseguirli.¹⁴⁰

Un secondo concerne cosa è rilevante dal punto di vista, da un lato, della razionalità e, d'altro lato, e della struttura delle funzioni obiettivo dei giocatori. L'interpretazione più semplice della formulazione della teoria dei giochi che si è usata in queste note è quella che vuole che ciò che è rilevante sono solo le differenze tra la situazione in cui si trovano i giocatori prima del gioco e quella in cui vengono a

¹⁴⁰ Uno tra gli errori più grossolani è quello di vedere la razionalità come sinonimo di egoismo. Nella versione che si è data si può ben ritenere che i due prigionieri siano egoisti. Ciò che si argomenta è che se i due non fossero stati egoisti, se avessero tenuto conto di ciò che succedeva all'altro e vi avessero dato il giusto peso, entrambi avrebbero avuto una sorte migliore.

Ci sono due punti che imbarazzano. Il primo è il sospetto che la moralità o immoralità di una scelta venga fatta dipendere dalla bontà, o forse meglio dalla desiderabilità, o meno delle sue conseguenze; tra gli etici, gli stretti aderenti al consequenzialismo, ancorché non esauriscano l'universo della loro specie, non sono sconosciuti, ma si ritrova una giustificazione simile anche in aderenti, chiaramente *naïf*, del non consequenzialismo; da non consequenzialisti che adottano questa posizione ci si possono aspettare le cose più turpi. Il secondo è che, per un po' di altruismo, l'etica sembra suggerire che si possa ben sacrificare il trionfo della verità, perché è ben vero che sono stati i due prigionieri a commettere il crimine e, non confessando, i colpevoli non verranno trovati e men che meno riceveranno la, più o meno giusta, punizione.

Ma, anche se non tutti gli etici sembrano attenti a queste quisquiglie, questa critica può essere facilmente evitata; basta usare l'altra versione del dilemma dove la scelta è prendersi un milione o far avere all'altro tre milioni. Un economista può lo stesso essere leggermente sorpreso dalla soluzione scelta dall'etico, se costui si dichiara non consequenzialista; è abituato ad essere tacciato di avere una gretta visione economicistica, in cui la gente guarda solo ai quattrini, e sospetterebbe che forse, almeno in questo caso, la ragione per cui l'etico ritiene che avere tre milioni a testa sia meglio che avere uno stia proprio nell'identificare l'averne più denaro con lo stare meglio. L'etico, scandalizzato, certamente obietterebbe che non è questa la sua idea, che non è il quanto denaro si finisce per avere che conta, ma l'idea di essere stati disposti a sacrificarsi per il bene dell'altro.

trovarsi come conseguenza del modo in cui hanno giocato: le azioni effettuate, quali strategie sono state scelte, importano solo nella misura in cui scegliere un'azione piuttosto che un'altra incide sulla differenza in questione.¹⁴¹ Da questo punto di vista, l'ottica adottata è fortemente consequenzialista. È oscuro se questa sia l'unica interpretazione possibile, dal momento che comunque non si indaga su cosa entra nella funzione obiettivo, nella valutazione dei diversi risultati. Gli etici sembrano dividersi in consequenzialisti e non consequenzialisti, ma cosa sia il non consequenzialismo è poi lasciato piuttosto indeterminato; si fa riferimento al comportamento richiesto, ad esempio, dalla realizzazione o dal rispetto della vera natura di una persona, sottolineando però che questo comportamento non è necessitato, ma in una qualche misura deve essere volontariamente scelto.¹⁴²

¹⁴¹ Questo permette di tener conto del "costo" di un'azione o di una strategia, ad esempio di quanto lavoro e sforzo richieda la sua messa in atto. La matrice dei pagamenti misura il guadagno di un giocatore al netto del costo della messa in atto della strategia ad esso associata.

¹⁴² Non solo non è chiaro cosa significhi essere non consequenzialisti, ma che si sia in presenza di vero non consequenzialismo è talora sospetto. Il supposto non consequenzialismo può essere facilmente essere messo alla prova. Si può dimostrare che un dilemma del prigioniero può sorgere anche in situazione di altruismo.

Nella tragica notte in cui affonda il Titanic, due giovani in viaggio di nozze si ritrovano in acqua, lontani da tutti gli altri, accanto ad un relitto che sosterrà sicuramente il peso di uno di essi fino all'arrivo dei soccorsi; se salgono entrambi affonderà con una certa probabilità prima che questi arrivino ed entrambi moriranno; se nessuno dei due sale, entrambi moriranno nelle gelide acque. Se ci si mette dal punto di vista dell'innamoratissimo A, costui preferirebbe che salisse l'altra; sacrificare sé stesso per la sicura salvezza dell'altra, a cui raccomanda per altro di rifarsi una vita, gli dà un benessere di a (ad esempio, di 100), sopravvivere, ma in un mondo non più ingentilito dalla presenza di A, dà a B un benessere di b (ad esempio, di -100; dopo tutto, la propria salvezza ha come prezzo la morte di A ma quel che è importante è che $b < a$). È inutile dire che il simmetrico vale per B nel caso in cui si salvi A con certezza. La possibilità di salvarsi entrambi o di morire entrambi con una certa probabilità, creando però nell'altro, e nutrendo nel proprio seno, il dubbio su quanto fosse grande il reciproco amore dà a ciascuno dei due un benessere di c, (ad

Forse il dilemma pone problemi diversi per gli etici a seconda che questi siano consequenzialisti o meno. Ad esempio, un utilitarista argomenterebbe che ciò che è moralmente richiesto ad entrambi i prigionieri è non confessare e quindi comportarsi in maniera che non è razionale in senso sostanziale. Una prima difficoltà riguarda il cosa fare, se, essendo uno dei due prigionieri, si è utilitaristi ma non si sa se anche l'altro lo sia; se il guadagno di chi confessa è "superiore" alla perdita di chi non confessa rispetto alla situazione in cui entrambi confessano, l'utilitarista forse deve comunque non confessare e naturalmente questo richiede comparabilità interpersonale di guadagni e perdite; ma cosa succede se il guadagno di chi confessa non è abbastanza "grande" rispetto al danno inflitto a chi non confessa? Un secondo è il fatto che il consequenzialismo usa la razionalità sostanziale, quando è possibile, per discutere i risultati per la collettività e allo stesso tempo rifiuta la razionalità sostanziale a livello individuale, almeno in certi casi, pur sapendo che la razionalità sostanziale individuale in molti casi

esempio di 50, ma l'unico vincolo è che $b < c < a$, che sembra un'ipotesi accettabile se si ritiene che per un altruista vivere con certezza a prezzo della vita dell'altro è giudicato peggiore di una probabilità di sopravvivenza acquistata a prezzo del pericolo della vita dell'altro, e quest'ultima è peggiore del morire sicuri di aver così assicurato la sopravvivenza dell'altro). Se nessuno dei due sale sulla barca ed entrambi si condannano a morte sicura, raggiungono un benessere di d ; la sola cosa che si richiede è che $d > b$. Vivere a prezzo della vita dell'altro è giudicato peggiore a morire; dopo tutto, si tratta di due innamorati in viaggio di nozze. Questo basta a dare al gioco un equilibrio in strategie dominanti. Se morire, sapendo che non si salverà l'altro, ossia sapendo di morire inutilmente, di veder frustrato, se non rifiutato, dall'altro il proprio sacrificio, è peggio di una certa probabilità di vivere a prezzo del pericolo della vita dell'altro, ossia se accade che $c > d > b$, si ha un dilemma del prigioniero. D'altro canto, se morire è visto come il fornire all'altro e ricevere in cambio una prova di quanto grande fosse il reciproco amore e $d > c$, si ha un gioco che ha un equilibrio efficiente in strategie dominanti. Ciò che è importante è che l'altruismo genera un equilibrio che rende il morire strategia dominante. Nel caso fortunato in cui i due sopravvivessero, un etico suggerirebbe di riammetterli, e solo se proprio fosse necessario, nel senso della comunità con una qualche cautela e forse mai completamente liberi da sospetti?

è strumentale per ottenere “buoni risultati” per la collettività.

Se non si è consequenzialisti, si possono certo usare argomenti morali per attaccare la razionalità solitamente impiegata nella teoria dei giochi, ma questi sono necessariamente molto più complicati di quelli sommariamente illustrati: devono essere rigorosamente non consequenzialisti, certamente non basarsi sulla desiderabilità dei risultati per argomentare la moralità o meno di una scelta; e anche così devono essere giustificabili razionalmente, anche se non nel senso della razionalità sostanziale come definita in queste note. Di nuovo, però, sorgono problemi quando un non consequenzialista deve interagire con un giocatore che ha una visione morale diversa e quando dal come il gioco si sviluppa dipende la misura in cui una visione morale si afferma su un'altra.

Un'ultima critica a cui si farà cenno poggia invece sulla simmetria della posizione dei due giocatori. A sa che esiste uno stato raggiungibile che domina nel senso di Pareto l'equilibrio di Nash e sa che anche B lo sa. Se A sa ciò che sa B e sa che B sa ciò che egli sa, entrambi sanno che per entrambi la strategia di non confessare li porterebbe ad uno stato preferibile a quello precipitato dall'uso della razionalità sostanziale. Entrambi hanno ragioni per scegliere di non confessare e, essendo in una situazione perfettamente simmetrica, sanno di condividere queste ragioni e quindi per ritenere che entrambi si comporteranno allo stesso modo. Se si comportano allo stesso modo, è preferibile la strategia di non confessare a quella di confessare, dunque, se sono razionali in senso sostanziale, entrambi non confesseranno.

Il limite di questo ragionamento sta nel supporre che le scelte siano determinate da un qualche meccanismo che costringe gli individui a comportarsi nella stessa maniera, in pratica ritenere che, se non confessa, il meccanismo che opera sui di lui e lo induce a questo comportamento opererà nella stessa maniera sull'altro, inducendolo a non confessare. In effetti la razionalità sostanziale porterà gli individui a fare la stessa scelta, ma quella di confessare.¹⁴³

¹⁴³ Per approfondimento su questi argomenti, si veda Binmore (1994) (1998).

Finito di stampare
nel mese di dicembre 2011
da Gi&Gi srl - Triuggio (MB)

ISBN 978-88-343-2227-7



9 788834 322277 >