

**UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE**

**DIPARTIMENTO DI ECONOMIA INTERNAZIONALE  
DELLE ISTITUZIONI E DELLO SVILUPPO**

Carlo Beretta

**Appunti su giochi e istituzioni:**

**5 - I giochi ripetuti**

N. 1105



**V&P** VITA E PENSIERO

**UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE**

**DIPARTIMENTO DI ECONOMIA INTERNAZIONALE  
DELLE ISTITUZIONI E DELLO SVILUPPO**

Carlo Beretta

**Appunti su giochi e istituzioni:**

**5 - I giochi ripetuti**

N. 1105

**V&P** VITA E PENSIERO

## **Comitato direttivo**

Carlo Beretta, Angelo Caloia, Guido Merzoni, Alberto Quadrio Curzio

## **Comitato scientifico**

Carlo Beretta, Ilaria Beretta, Simona Beretta, Angelo Caloia, Giuseppe Colangelo, Marco Fortis, Bruno Lamborghini, Mario Agostino Maggioni, Guido Merzoni, Valeria Miceli, Fausta Pellizzari, Alberto Quadrio Curzio, Claudia Rotondi, Teodora Erika Uberti, Luciano Venturini, Marco Zanobio, Roberto Zoboli

Prima di essere pubblicati nella Collana Quaderni del Dipartimento di Economia internazionale, delle istituzioni e dello sviluppo edita da Vita e Pensiero, tutti i saggi sono sottoposti a valutazione di due studiosi scelti prioritariamente tra i membri del Comitato Scientifico composto dagli afferenti al Dipartimento.

I Quaderni del Dipartimento di Economia internazionale, delle istituzioni e dello sviluppo possono essere richiesti alla Segreteria (Tel. 02/7234.3788 - Fax 02/7234.3789 - E-mail: [segreteria.diseis@unicatt.it](mailto:segreteria.diseis@unicatt.it)).  
[www.unicatt.it/dipartimenti/diseis](http://www.unicatt.it/dipartimenti/diseis)

Università Cattolica del Sacro Cuore, Via Necchi 5 - 20123 Milano

[www.vitaepensiero.it](http://www.vitaepensiero.it)

Le fotocopie per uso personale del lettore possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68, commi 4 e 5, della legge 22 aprile 1941 n. 633.

Le fotocopie effettuate per finalità di carattere professionale, economico o commerciale o comunque per uso diverso da quello personale possono essere effettuate a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da CLEARedi, Centro Licenze e Autorizzazioni per le Riproduzioni Editoriali, Corso di Porta Romana 108, 20122 Milano, e-mail: [autorizzazioni@clearedi.org](mailto:autorizzazioni@clearedi.org) e sito web [www.clearedi.org](http://www.clearedi.org)

All rights reserved. Photocopies for personal use of the reader, not exceeding 15% of each volume, may be made under the payment of a copying fee to the SIAE, in accordance with the provisions of the law n. 633 of 22 april 1941 (art. 68, par. 4 and 5). Reproductions which are not intended for personal use may be only made with the written permission of CLEARedi, Centro Licenze e Autorizzazioni per le Riproduzioni Editoriali, Corso di Porta Romana 108, 20122 Milano, e-mail: [autorizzazioni@clearedi.org](mailto:autorizzazioni@clearedi.org), web site [www.clearedi.org](http://www.clearedi.org).

## **Abstract**

The concept of a repeated game is introduced and applied to the case of the centipede, the finite and the indefinitely repeated prisoner's dilemma. The consequences of the assumption of common knowledge of rationality are outlined. A concept of reasonableness is introduced and some of its effects are discussed.

JEL. C7 – Games



## INDICE

5.1. La matrice dei pagamenti	p.	7
5.2. Effetti della conoscenza comune della razionalità sostanziale		9
5.3. Alcuni problemi sulla razionalità		22
5.4. Corrosività ed insufficienza della razionalità sostanziale		23
5.5. Quale razionalità e quali ragioni?		29
5.6. Spazi per una razionalità diversa da quella sostanziale		31
Riferimenti bibliografici		47



### 5.1. La matrice dei pagamenti

La rappresentazione in forma estesa è la maniera più intuitiva per descrivere un gioco dinamico, vale a dire un gioco in cui uno o più giocatori sono chiamati a decidere non una, ma una successione di mosse, ciascuna delle quali cambia la situazione raggiunta dal gioco e di conseguenza la situazione in cui si trovano a decidere i giocatori che devono effettuare le mosse successive. Ci si soffermerà soprattutto su un caso particolare per la sua almeno apparente semplicità: quello dei giochi ripetuti.

Per fare degli esempi, si supponga di dover giocare una successione di giochi del tipo pari o dispari. Ad ogni mano partecipano gli stessi giocatori, ciascuno di essi ha sempre lo stesso insieme di mosse che può effettuare e, infine, il criterio che decide quanto si vince e quanto si perde non cambia. Ciò che caratterizza un gioco ripetuto è l'invarianza di questi elementi, mano dopo mano. Nella versione usata in queste note si supponrà che anche la matrice dei pagamenti non cambi, ossia, nel caso in esame, che per quanto un giocatore sia fortunato o sfortunato, per quanto abbia potuto guadagnare o perdere nelle mani precedenti, il valore che dà ad un euro in più o in meno, supponendo che questa sia la posta messa in gioco, non cambia.

Il caso che si userà maggiormente, e più discusso in letteratura, è quello del dilemma del prigioniero ripetuto. Riprendendo un esempio precedente, si supponga che la matrice dei pagamenti sia la seguente:

A \ B	C	NC
C	2 ; 2	0 ; 3
NC	3 ; 1	1 ; 1

ove C sta ora per cooperativo ed NC per non cooperativo.<sup>1</sup>

Si supponga ora che il gioco debba essere ripetuto un nume-

---

<sup>1</sup> E non più per confesso, non confesso, come nel cap. 1.



ro indeterminato di volte sempre tra gli stessi giocatori, A e B.<sup>2</sup> Rispetto al gioco non ripetuto, ciò che cambia è l'insieme delle strategie che ciascun giocatore può adottare. Se si considera tutto il gioco, nelle sue infinite ripetizioni, come un unico gioco, ciascuno dispone di infinite strategie. Guardare il gioco in questa maniera non consente però di sfruttare facilmente il fatto che si abbia a che fare con un gioco ripetuto, anzi, da molti punti di vista, mette questa caratteristica in secondo piano.

Se invece si considerano le singole mani, il fatto che la coppia di strategie (C; C) adottata mano dopo mano sembra nell'interesse di entrambi i giocatori e sembra anche la decisione "sensata". Questo è ovvio almeno in un caso particolare, si supponga che le vincite in ciascuna mano dei due giocatori possano essere sommate,<sup>3</sup> ed la vincita complessiva eventualmente redistribuita tra di loro.<sup>4</sup> Giocando (C; C) hanno a disposizione nel complesso più di quanto non avrebbero a disposizione adottando una qualsiasi altra combinazione di strategie.

Ciò che interessa i giocatori non è però la vincita mano per mano ma la vincita complessiva sull'insieme delle mani giocate: ciascuno ordinerà le strategie sulla base di queste vincite. Questo pone un primo problema. Se non si misura in maniera appropriata la vincita complessiva, questo criterio di scelta può essere assai poco discri-

---

<sup>2</sup> Più spesso, si parla di giochi ripetuti un numero infinito di volte. Ma ovviamente non è possibile giocare un numero infinito di mani, non sarebbe possibile verificare la teoria elaborata per il caso di ripetizioni infinite. Quel che si fa di solito è di supporre che i giocatori sappiano che ciascuna mano sarà succeduta da una mano successiva dello stesso gioco con probabilità  $0 < p < 1$ , il che dà anche al caso di ripetizione infinita la possibilità, anche se con probabilità 0, di verificarsi. Ciò che importante è che, a ogni stadio del gioco, non sia mai possibile sapere se quella sarà l'ultima mano, non è mai possibile sapere con precisione quante mani durerà il gioco. Nel seguito, anche per semplicità, si useranno infinito ed indeterminato come sinonimi, dal momento che il ragionamento sviluppato per il caso di ripetizione infinita vale, pari pari, per il caso in cui il numero di mani sia indeterminato. Come si vedrà fra poco,  $p$  può essere però interpretato in maniera diversa.

<sup>3</sup> In quali condizioni ha senso fare una simile operazione?

<sup>4</sup> Quando questo è possibile? Sotto quali condizioni?

minante. Si considerino due coppie di strategie ( $a_r'$ ;  $a_r''$ ) ed ( $a_r''$ ;  $a_r'$ ), con la prima che assicura ad entrambi i giocatori una vincita pari a 2 in ogni mano e la seconda una vincita pari ad 1, sempre in ogni mano. Se il gioco è ripetuto un numero infinito di volte e un euro vinto in una mano vale quanto un euro vinto in una qualsiasi altra mano, si avrebbe che il guadagno complessivo di ciascun giocatore è pari ad infinito in entrambi i casi. Guardare alla vincita complessiva non direbbe nulla su quale delle due coppie di strategie sia la migliore, anche se l'ordine in cui vanno messe è ovvio. La soluzione normalmente scelta per questo problema è quella di considerare la vincita media per periodo.

Non è una soluzione del tutto soddisfacente. Si indicheranno qui solo 2 dei suoi limiti. Si pensi al caso delle solite due coppie, con la prima che assicura un guadagno di 2 in ogni mani e la seconda un guadagno di 1 tranne che in una, o comunque in un numero finito di mani. La vincita media converge in entrambi i casi a 2. Anche in questo caso, l'ordine in cui mettere le coppie è almeno ovvio. Ma la convergenza allo stesso limite può essere il risultato di distribuzioni delle vincite lungo la successione di mani molto diverse tra di loro, ed è facile costruire casi in cui, indipendentemente dalla loro media, questa è molto importante.<sup>5</sup>

## 5.2. Effetti della conoscenza comune della razionalità sostanziale

Nel gioco non ripetuto, promettersi di giocare sempre cooperativo era una mossa stupida ed insensata se i due giocatori soddisfacevano condizioni minime di razionalità.<sup>6</sup> Promettersi di giocare sempre cooperativo sembra invece sensato nel contesto in esame. Ovviamente non deve essere una promessa unilaterale, perché questo indurrebbe l'altro a giocare sempre non cooperativo. Ma anche se entrambi si

---

<sup>5</sup> In un gioco pari e dispari, in cui i giocatori partono con una somma finita e non sono disposti a farsi credito, uno dei due giocatori può finire al bollo e non essere più in grado di continuare a giocare, anche se le vincite attese della prosecuzione gli consentirebbero di ritornare in pari.

<sup>6</sup> In realtà, questo non è del tutto vero se le vincite possono essere sommate, redistribuite e v'è modo di garantire la redistribuzione. Ma qui si ignorano queste varianti.

scambiassero questa promessa, sapere di essere entrambi razionali li porrebbe in una difficile situazione.

Si supponga di credere nell'affidabilità della promessa dell'altro. La razionalità non indurrebbe a tradire subito la propria? Facendolo, si otterrebbe nella mano in corso più di quanto si pensa<sup>7</sup> che si ritrarrebbe altrimenti. Nella mano successiva si troveranno di fronte alla stessa situazione di partenza, dover giocare una successione infinita di dilemmi del prigioniero. Se era sensato farsi la promessa di cooperazione nella prima mano, deve essere sensato rifarsela nella mano in corso. Dunque, il tradimento non avrebbe effetti negativi sulle mani successive e ne avrebbe di positivi nella mano in corso. Ma, se l'informazione è completa e comune, ciascuno sa che anche l'altro si trova di fronte alla stessa decisione. Se si ritiene di aver motivi per tradire l'accordo nella mano in corso, si ritiene che anche l'altro abbia gli stessi motivi e dunque tradirà la promessa. Questo rafforza ancora di più la propria decisione di giocare NC.

Scambiarsi la promessa di giocare cooperativo non ha alcun effetto se non si introducono ragioni che spingono ciascuno a rispettarla. Questo può essere fatto in molte maniere.

Quella apparentemente più semplice è quella di introdurre un costo associato al venir meno alla parola data. È indubbio che i lettori siano persone d'onore. Potrebbe loro addirittura sembrare che questo costo sia richiesto da un minimo di realismo. Per far questo, occorre però modificare profondamente il gioco. Ad esempio, giocare non cooperativo non deve più dare un guadagno di 3, se l'altro gioca cooperativo, ma un guadagno inferiore.<sup>8</sup> Può darsi però che amare esperienze passate li inducano a cautela sul fatto che questo senso sia proprio di tutto il genere umano. In tal caso, tratterebbero in maniera diversa giochi in cui sono coinvolte solo persone d'onore, una perso-

---

<sup>7</sup> Si rammenti che tutto dipende dalla fiducia che si ha nel rispetto della promessa da parte dell'altro.

<sup>8</sup> Abbassereste anche le vincite associate a (NC; NC), o addirittura le aumentereste? Giocare NC, può essere visto da uno dei due, o da entrambi, come punire chi vien meno alla parola data, cosa magari commendevole se così facendo si rafforza il generale senso dell'onore, o dimostrarsi altrettanto "furbi" dell'altro, o essere riusciti ad evitare un'immeritata punizione, ecc.

na d'onore ed una disonorevole, due persone disonorevoli. Sanno che accertare se una persona è d'onore richiede più del semplice guardarsi negli occhi. Se volessero fare degli esperimenti con giochi di questo tipo quando la scelta di chi viene coinvolto nell'esperimento è del tutto casuale, dovrebbero tener conto di non essere effettivamente in grado di osservare quale gioco viene effettivamente considerato.<sup>9</sup> Sanno anche una persona d'onore, in una situazione simile sarebbe indotta in tentazione: la tentazione può essere molto forte<sup>10</sup> ed indurre in tentazione<sup>11</sup> può essere poco onorevole. Comunque, introdurre questo elemento cambia il gioco e la risposta che si otterrebbe non risponderebbe all'interrogativo sopra formulato.

La maniera più semplice per uscire dal problema è quello di modificare la promessa reciproca in modo tale da rendere razionale per ciascuno dei due rispettarla, a prescindere dalla loro onorabilità. La via più spedita è quella di accompagnare la propria promessa con una minaccia di punizione in caso di violazione da parte dell'altro.

Una minaccia apparentemente efficace è quella di giocare sempre NC dalla mano successiva a quella in cui l'altro, per primo, ha usato NC. L'efficacia di una minaccia così estrema<sup>12</sup> sembra ovvia se si fanno dei semplici calcoli. Nell'esempio in esame, chi tradisce per primo ottiene un maggior guadagno di 1 nella mano in corso, ma, se la minaccia viene applicata, deve guadagnare 1 in meno in tutte le mani dalla successiva all'infinito. Se le vincite hanno tutte lo stesso peso,

$$+ 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 \dots - 1 \dots^{13}$$

---

<sup>9</sup> Se quello caratterizzato dalla matrice dei pagamenti sopra riportata o un gioco con una diversa matrice. Controllare la lettura che i soggetti danno del gioco a cui vengono posti di fronte è uno dei problemi più difficili della sperimentazione.

<sup>10</sup> Per convincersene, basta modificare opportunamente la matrice dei pagamenti.

<sup>11</sup> Soprattutto per chi prega ogni giorno di non essere indotto in tentazione.

<sup>12</sup> Non per nulla, nella letteratura questa prende il nome di *grim strategy*.

<sup>13</sup> Si noti che, nel caso in cui ciascuna mano sarà seguita da una successiva con probabilità  $0 < \rho \leq 1$ , la successione sopra indicata diventerebbe

$$+ 1 - 1 \rho - 1 \rho^2 - 1 \rho^3 \dots - 1 \rho^n - 1 \rho^{n+1} \dots,$$

semberebbero convincere chiunque sulla sensatezza di non tradire l'accordo.

Contro le apparenze, da sola, questa è una minaccia estremamente stupida. Metterla in atto per punire l'altro non dà alcun vantaggio a chi lo fa<sup>14</sup> e gli arreca un danno pari a quello che infligge al deviante. Soprattutto, non si lascia al deviante la possibilità di pentirsi, così che, a costui, di fronte alla punizione non resta che giocare sempre NC. E anche di fronte a segni di un possibile ravvedimento,<sup>15</sup> il punitore non può tornare a giocare cooperativo se non vuole distruggere la propria credibilità, non solo la credibilità dell'applicazione della minaccia, ma pure quella del fatto che giocherà sempre C nelle mani successive.

Tutto ciò rende la minaccia non credibile. Per sorreggere la credibilità della minaccia bisogna introdurre la minaccia di una punizione per chi non mette in atto la sanzione, e questa, a sua volta, deve essere resa credibile dalla minaccia di punizione per chi non ha punito chi non ha punito una deviazione, sorretta a sua volta da una minaccia di punizione ..., e così via all'infinito.<sup>16</sup>

ove  $p^n$  sta per la probabilità che la mano in corso sia seguita da altre  $n$  mani. È facile dimostrare che questa sommatoria converge a  $1 / (1 - p)$ . In luogo di pensare a  $p$  come una probabilità, si può pensare che il soggetto abbia una preferenza per avere subito una vincita di 1 piuttosto che nella mano successiva, che sia affetto da impazienza, preferisca un uovo oggi ad una gallina domani. In questo caso,  $p$  è il saggio a cui si scontano guadagni futuri.

<sup>14</sup> A meno che questo sia ciò che è richiesto dal suo senso dell'onore, ma introdurre questo elemento modifica il gioco per le ragioni già menzionate.

<sup>15</sup> Ad esempio, al fatto che chi ha deviato, a un certo punto, per un certo numero di mani gioca C.

<sup>16</sup> Nei giochi a due, la costruzione sembra eccessivamente artefatta. L'esempio che si fa di solito per sostenere il non completo irrealismo è quello del poliziotto che ferma un automobilista che, a un semaforo, è passato col rosso. Il multando supplica clemenza, motivando il proprio comportamento col fatto che sta recandosi all'ospedale dove la moglie sta per dare alla luce il loro primo figlio, e si dichiara disposto a pagare l'ammenda purché il poli-

Un antico principio etico suggerisce di non usare mai punizioni sproporzionate rispetto alla deviazione.<sup>17</sup> Ma basta la semplice razionalità a convincere che è meglio usare una punizione giusto sufficiente, nel senso che danneggi l'altro quel tanto che è sufficiente a fargli raggiungere una situazione peggiore di quella che avrebbe invece raggiunto rispettando l'accordo. Nell'esempio in esame, minacciare che si giocherà NC per le due mani consecutive a quella in cui l'altro ha deviato basta e poi tornare a giocare C, almeno fino a che l'altro non devia un'altra volta, è sufficiente a far sì che sia nell'interesse dell'altro rispettare la parola data.<sup>18</sup> Limitare la punizione diminuisce il costo che il punitore deve sopportare. Soprattutto, però, gli consente di sperare che l'altro abbia capito la lezione e tornare a

ziotto non compili il verbale, cosa che gli costerebbe molti punti della patente. Il poliziotto è sensibile ma fa il verbale perché teme di potere essere accusato di essersi fatto subornare. Ma sapendo dei timori del poliziotto, il multando si astiene addirittura dall'accampare scuse, temendo di essere accusato di aver tentato di corrompere un agente.

<sup>17</sup> L'antico precetto: "Occhio per occhio, dente per dente" sembra che debba essere interpretata come "Fino ad un occhio per un occhio, fino a un dente per un dente", e perciò porre dei limiti superiori alla punizione.

<sup>18</sup> Indipendentemente dal suo senso dell'onore: sulle tre mani interessate, rispetto a quello che avrebbe ottenuto giocando sempre cooperativo, i guadagni dell'altro sono  $+1 - 1 - 1 = -1$ . Naturalmente, se  $\rho < 1$ , possono essere necessarie più di due mani. Per convincersene, si pensi al caso estremo in cui  $\rho = 0$ . Ma questo è un caso che rende irrilevante il ragionamento che si sta facendo. Vedete il perché? Si noti che ci si poteva fermare a un solo periodo di non cooperazione per rendere l'altro indifferente tra cooperare sempre o defezionare ogni tanto. Avere due periodi consente però all'altro di dimostrarsi pentito, di giocare C già nella prima mano in cui sa che il primo, per punirlo, giocherà NC. In presenza di pentimento, è ottimale per il primo sospendere la punizione e tornare a giocare C già nella seconda mani di punizione. Questo porta molto vicino al comportamento suggerito dalla regola del "pan per focaccia", gioca cooperativo se nella mano precedente l'altro ha giocato C, gioca npn cooperativo se nella mano precedente l'altro ha giocato NC. La regola del "pan per focaccia" si è dimostrata particolarmente efficiente in alcuni esperimenti. Si veda, ad esempio, Axelrod (1990).

giocare cooperativo senza perdere alcunché, anzi rafforzando la propria credibilità. La possibilità di costruirsi una credibilità e di rafforzarla è l'incentivo per il punitore a punire, così che non vi è necessità di introdurre una gerarchia di minacce.

La conclusione di questo ragionamento è che giocare (C; C), l'equilibrio cooperativo in un dilemma del prigioniero non ripetuto, diventa un equilibrio non cooperativo nel gioco ripetuto un numero indeterminato, ma che si pensa sufficientemente alto, di volte.<sup>19</sup> È infatti facile vedere che giocare sempre cooperativo è la miglior risposta alla strategia dell'altro di giocare cooperativo fin che il primo non devia, in presenza della minaccia estrema se questa è credibile. Rimane miglior risposta anche nel caso di applicazione di punizioni giusto sufficienti. Il vantaggio di questa alternativa è quello di dare a ciascuno dei giocatori la possibilità di verificare la credibilità dell'applicazione della punizione, nei casi in cui questa è giustificata, in condizioni in cui godere di questa credibilità è nell'interesse di chi viene messo alla prova.

Si noti che si è usata l'espressione "un" equilibrio. Infatti, è facile vedere che anche giocare sempre NC da parte di entrambi i giocatori è anch'esso un equilibrio di Nash. Giocare sempre non cooperativo è la miglior risposta alla scelta dell'altro di giocare sempre non cooperativo. Ovviamente, si tratta di un equilibrio inefficiente nel senso di Pareto, ma l'inefficienza, da sola, non cancella il fatto che si un equilibrio.

Anche in connessione a questo fatto, si può ora tornare alla figura già riportata nel cap. 1 presentando il dilemma del prigioniero, opportunamente modificata per usare la nuova simbologia. È ora possibile vedere meglio il perché ed il significato dell'area tratteggiata. Essa illustra l'insieme dei guadagni medi per ciascun giocatore associabili ad un equilibrio non cooperativo di un gioco ripetuto un numero indeterminato, ma che si pensa sufficientemente alto, di volte.

---

<sup>19</sup> Ossia con  $p$  abbastanza alto da rendere probabile che si giochi un numero sufficientemente alto di mani.

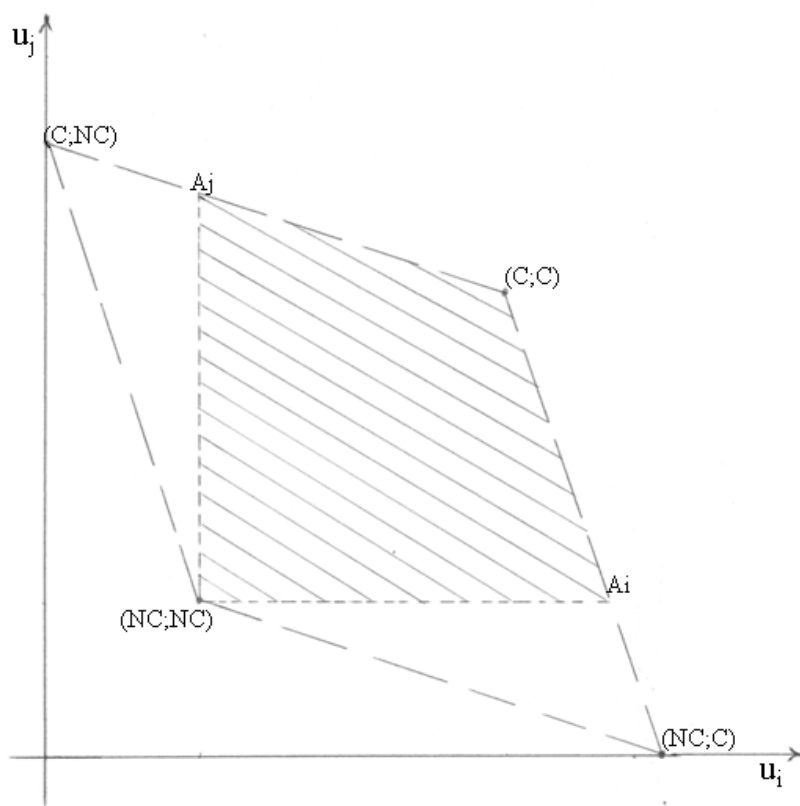


Fig. 1

Si pensi ad esempio al punto  $c$  che sta a metà del segmento che unisce i guadagni medi associati a  $(C; C)$  e quelli associati a  $(C; NC)$ . Le coordinate di questo punto indicano i guadagni medi ottenuti dai due giocatori se il primo gioca sempre  $C$  mentre il secondo gioca  $C$  nelle mani pari e  $NC$  in quelle dispari. Un punto che sta a metà del segmento che unisce  $(C; NC)$  e  $(NC; C)$  dà i guadagni medi che i giocatori otterrebbero se il primo giocasse  $C$  nelle mani pari e  $NC$  nelle mani dispari, mentre l'altro gioca  $NC$  nelle mani pari e  $C$  nelle dispari, ovvero se decidessero il primo di giocare  $C$  ed il secondo  $NC$  se dal lancio di



una monetina viene testa, e di giocare rispettivamente NC e C se viene croce.<sup>20</sup>

Ciascuno di questi accordi può essere sostenuto introducendo la minaccia di una punizione giusto sufficiente, punizione che varia a seconda dell'accordo stipulato. Man mano che i guadagni concessi dall'accordo a uno dei giocatori si avvicinano al guadagno che costui avrebbe se si giocasse sempre la strategia (NC; NC), il periodo minimo di punizione per una sua deviazione deve aumentare sempre più. In un gioco simmetrico, come quello in esame, ciò significa che è meno "costoso" sostenere un accordo come quello associato a (C; C) che non un accordo come quello associato al punto a.

Al momento, strategie di questo tipo possono sembrare insensate ma è facile costruire esempi in cui esse possono essere del tutto giustificate. Ciò che è importante è che si può dimostrare che tutti e solo i punti appartenenti all'area a doppio tratteggio sono distribuzioni dei guadagni medi sostenibili come equilibri non cooperativi, sorretti ciascuno da un'opportuna coppia di minacce, del gioco ripetuto un numero indeterminato, ma sufficientemente alto, di mani. Questo è il messaggio principale del cosiddetto *Folk Theorem*.<sup>21</sup> Si dimostra che questo è vero anche quando si fa tendere  $\rho$  ad 1.<sup>22</sup>

Si noti il: "tutti e solo i punti appartenenti all'area a doppio tratteggio". Che tutti i punti corrispondano ad accordi sostenibili è ovvio. Che solo essi lo siano è facile vederlo. Se non appartengono all'area tratteggiata, ossia se non appartengono al minimo insieme convesso che contiene le vincite del gioco non ripetuto associate a qualsiasi combinazione di strategie pure, sono distribuzioni dei guadagni non realizzabili nel gioco in esame. Se appartengono all'area a tratteggio singolo, come b, il giocatore che si vede assegnato un guadagno medio inferiore a quello che avrebbe in corrispondenza

---

<sup>20</sup> Cosa succede se ciascun giocatore sceglie di giocare C o NC a seconda dell'esito del lancio di una monetina, ma i due giocatori si basano su due lanci diversi della monetina?

<sup>21</sup> Il nome dato al teorema riflette il fatto che tutti i giocatori siano stati convinti della sua validità fin dai primordi dello sviluppo della teoria, così che non è stato possibile attribuirlo a qualcuno in particolare.

<sup>22</sup> Ovviamente partendo da  $\rho < 1$ . Per una dimostrazione di questi risultati si veda, ad esempio, Tirole (198).

all'equilibrio (NC; NC) può sempre rifiutare l'accordo, dal momento che è sempre in grado di giocare NC e quindi garantirsi almeno la vincita associata ad (NC; NC).

Ci si può chiedere se ciò che vale per i giochi ripetuti un numero indeterminato di volte vale anche quando il gioco è ripetuto un numero predeterminato di volte,  $N$ , con  $N$  preso grande a piacere purché finito. La risposta standard è drasticamente negativa: per quanto sia grande  $N$ , l'unico equilibrio di Nash, oltretutto perfetto nei sottogiochi, è quello che prevede che entrambi i giocatori usino sempre NC.

Questo può sembrare un po' sorprendente, dal momento che si può pensare a una successione di giochi che durino  $N_1, N_2, N_3, \dots, N_n, \dots$  con  $N_n$  che tende ad infinito. Ciononostante, l'insieme degli equilibri di un gioco ripetuto un numero predeterminato di volte non converge all'insieme degli equilibri associati ad un numero indeterminato, possibilmente infinito, di volte.

La ragione è molto semplice. Quando il numero deve essere giocato un numero predeterminato di volte, nessuno può fare promesse credibili diverse da quelle di giocare sempre NC, e se i due si facessero una promessa diversa non disporrebbero di punizioni, ovviamente credibili, in grado di sostenerle.

Quello che differenzia il caso della ripetizione per un numero predeterminato e finito da quello per un numero infinito o indeterminato è l'esistenza dell'ultima mano.<sup>23</sup> Se si sa che il gioco durerà  $N$  mani, si sa che, arrivati all'ultima, ci si troverà a giocare un dilemma del prigioniero che non verrà ripetuto. Si sa quindi che la razionalità di ciascuno, indipendente da ipotesi sulla razionalità dell'altro e dalle caratteristiche della matrice dei pagamenti che lo riguardano, impone che entrambi giochino NC. Ma, alla  $N - 1$ -esima mano, se si sa che anche l'altro è razionale, si sa anche che, qualunque cosa si faccia, non avrà effetti su quello l'altro farà nell'ultima mano, dovranno decidere come se la penultima non fosse seguita da alcuna altra mano, e perciò ci si trova nella stessa situazione in cui ci si troverebbe se si

---

<sup>23</sup> Nel gioco ripetuto un numero infinito di volte, ovviamente non c'è un'ultima mano, in quello indeterminato non si sa quale sarà, e quindi si deve partire per applicare il ragionamento indicato nel testo.

giocasse un gioco non ripetuto e la razionalità richiede che si usi NC. La stessa cosa può essere ripetuta per la  $N - 2$ -esima mano, con l'unica variante costituita dal fatto che è importante essere razionali, sapere che l'altro è razionale e che l'altro sa che si è razionali.<sup>24</sup> In questa maniera si può risalire di mano in mano fino alla prima e concludere che si deve giocare non cooperativo fin dalla prima mano, per quanto grande sia  $N$ .

Ciò che rende contro intuitivo il ragionamento è il fatto che, se entrambi avessero giocato C, avrebbero vinto  $2N$ , giocando sempre NC, vinceranno solo  $N$ .

Mentre nel caso di gioco non ripetuto parlarsi non ha alcun effetto, qui sembrerebbe che potersi parlare sia utile per le stesse ragioni viste parlando del caso di ripetizione per un numero indeterminato di volte. Se possono farlo, perché non promettersi reciprocamente di giocare sempre cooperativo, magari minacciando di usare la punizione estrema dalla mano successiva a quella in cui si è stati traditi dall'altro? In presenza di queste reciproche promesse, i conti sembrerebbero immediati. Se devio nella mano  $n$  giocando NC, ho un guadagno addizionale immediato di  $+1$ , sempre se le cose mi vanno bene,<sup>25</sup> ma poi, per tutte le restanti  $N - n$  mani, guadagno  $1$  in meno. Purché restino due o più mani da giocare, il saldo è negativo.

Questo ragionamento è però errato. So che, se l'altro è razionale, sicuramente giocherà NC nell'ultima mano. La punizione dunque è perdere  $1$  dalla mano  $N - n$  alla mano  $N - 1$ . Ma se vale il ragionamento precedente, so che alla mano  $N - 1$ , per entrambi la razionalità richiede che si usi NC. Perciò, si perde  $1$  solo fino alla mano  $N - 2$ . Risalendo all'indietro, si vede che, quale che sia  $1 \leq n \leq N$ , giocando NC si può sperare di guadagnare almeno  $1$ , in realtà, se c'è abbastanza conoscenza reciproca della razionalità, si sa che si guadagnerà al massimo  $1$ , mentre si sa che giocando C si avrebbe una vincita pari a  $0$ .

---

<sup>24</sup> È importante vedere come man mano si allungano le ipotesi sulla razionalità. Si parte con il solo so di essere razionale, poi ho bisogno di sapere di essere razionale e sapere che l'altro è razionale. Nel terz'ultimo stadio, devo sapere di essere razionale, che l'altro è razionale e sa che io sono razionale, e così via.

<sup>25</sup> Ossia se l'altro continua a giocare C e non ha deciso anche lui di passare ad NC nella mano  $n$ .

Di fatto, nessuno è in grado di minacciare alcunché, così che la promessa poggia sul vuoto. Scambiarsela è solo perdere tempo.<sup>26</sup>

L'aspetto paradossale è che ciò che precipita il risultato è l'uso e la conoscenza della razionalità. Può darsi che si sia condannati irrimediabilmente alla razionalità, che non si possa far a meno di essere razionali. Ma visto che spesso esserlo è difficile, che scoprire cosa richiede è comunque costoso e, forse soprattutto, che si deve ammettere che molti dei propri comportamenti sono arazionali, se non addirittura irrazionali, forse bisogna vedere l'essere razionali come la scelta di un modo di essere, una scelta tra alternative.

Rifiutare il tipo di razionalità che causa un risultato così poco desiderabile è semplice, per ciascuno dei giocatori: basta giocare cooperativo nella prima mano per falsificare l'ipotesi che si risolva il gioco usando l'induzione all'indietro. Questa è la via studiata da Reny.<sup>27</sup> Da sola, è però una mossa che apre più problemi di quanti ne risolveva.

Una, radicale ma su cui non ci si soffermerà poco al momento, chiede quale sia la rilevanza del concetto di equilibrio, qual è l'interpretazione da dare ad un equilibrio di Nash. Nel cap. 4 si è già toccato questo punto con riferimento agli equilibri in strategie miste. Qui si mette in discussione addirittura un equilibrio perfetto nei sottogiochi.

Porsi questi interrogativi porta comunque a chiedersi quanto l'uso della razionalità sostanziale sia utile per determinare il comportamento che un giocatore deve tenere in un gioco. Nel caso in esame, le conclusioni sembrano piuttosto scoraggianti. Anche per questo motivo, occorre chiedersi se esistano giustificazioni per imporre l'uso della razionalità sostanziale e quali alternative eventualmente esistano ad essa. La solidità delle risposte qui fornite è ancora dubbia ma, come si vedrà, sembra possibile fornire argomenti almeno apparentemente sensati che ampliano di molto le prospettive che la teoria dei giochi fornisce e danno risposte positive alla scelta del compor-

---

<sup>26</sup> A meno che si coinvolga l'onore che richiede il rispetto della parola data, nel qual caso valgono, però, le osservazioni fatte in precedenza: si sta ragionando su un gioco diverso.

<sup>27</sup> Vedi Reny (1992), (1995).

tamento da tenere in un gioco, almeno in contesti particolari, quelli in cui è possibile scambiarsi informazioni credibili sul tipo di razionalità che si intende seguire.

Se tutto ciò che A ottiene dal giocare C è quello di falsificare l'ipotesi che si comporti in maniera razionale in senso sostanziale, il risultato che ottiene è assai magro. B può semplicemente supporre che A sia irrazionale; in questo caso, però, deve fare ipotesi sul tipo di irrazionalità da cui è affetto A per sapere come sia ottimale comportarsi. Ad esempio, se suppone che A sia un maniaco della cooperazione e, qualunque cosa accada, giocherà sempre C, per B, quale che sia stata la sua mossa iniziale, diventa razionale giocare sempre NC. Se suppone che A scelga in maniera casuale se giocare C o NC, di nuovo è ottimale giocare sempre NC, quale che sia la distribuzione di probabilità degli esiti del meccanismo casuale che decide la scelta di A. Se A crede che, dimostrandosi cooperativo,<sup>28</sup> inciderà sul cuore dell'altro e lo indurrà alla cooperazione, deve fare ipotesi su quanto è forte la convinzione dell'altro sulle capacità di conversione.<sup>29</sup> A può essere un tipo "pan per focaccia": parte usando C, ma poi continua a giocare C se l'altro ha giocato C nella mano in corso, e gioca invece NC se B, nella mano in corso ha giocato NC.<sup>30</sup>

Il fatto che si aprano tutte queste alternative invita ad esaminare il caso in cui v'è incertezza sulla razionalità dell'altro. Dopo tutto, giocare C è proprio un modo per introdurre questa incertezza. Si dimostra<sup>31</sup> che basta un minimo di incertezza sul fatto che l'altro possa essere un giocatore del tipo "pan per focaccia" per giustificare di giocare sempre C fin quasi al termine delle mani, con il periodo da

<sup>28</sup> In pratica, ponendo la guancia.

<sup>29</sup> Si dice che in uno dei primi esperimenti sul dilemma del prigioniero finito, si sia coinvolto, da un lato, un appartenente all'ordine dei francescani e, dall'altro, un arido razionalista. I francescani tendevano a partire giocando C ma, messi di fronte a risposte prolungate di NC, siano poi passati anche loro ad NC.

<sup>30</sup> Cosa accade se sia A, sia B sono del tipo pan per focaccia? Si distingua il caso in cui tutti e due partono con C da quello in cui uno parte con C e l'altro NC. Cosa può permettere di distinguere un tipo "pan per focaccia" da un giocatore affetto da un qualsiasi altro tipo di irrazionalità?

<sup>31</sup> Vedi Kreps et al. (1982).

cui diventa razionale giocare NC che non dipende dal numero di ripetizioni ma solo dal livello di incertezza.<sup>32</sup> Basta che l'altro sia incerto sul tipo di giocatore che ha di fronte, così che la cooperazione può prevalere anche quando entrambi i giocatori sanno di essere razionali ma sono incerti sulla razionalità dell'altro e, giocando C già nella prima mano, ciascuno può mandare un segnale in questa direzione all'altro. Di più, se entrambi conoscono la teoria in questione, anche se entrambi sono razionali e sanno della razionalità dell'altro hanno interesse a comportarsi come se fossero incerti sulla razionalità dell'altro.

Il limite principale della costruzione in questione sta nella dipendenza dal tipo di irrazionalità di cui si sospetta che l'altro sia affetto o imiti. Apparentemente, è però facile rimuoverlo. I due giocatori, se ne hanno la possibilità, potrebbero comunicarsi l'intenzione di usare la strategia "pan per focaccia" e sostenere la promessa con la minaccia di una punizione giusto sufficiente. Dal momento che il periodo da cui diventa ottimale giocare non cooperativo non dipende da N, purché sia sufficientemente grande, avrebbero anche la possibilità di verificare reciprocamente che la minaccia è effettiva.

Il punto debole di questa alternativa sembrerebbe la necessità di scambiarsi promesse e minacce: i due giocatori potrebbero non avere la possibilità di comunicare. Questo limite però è più apparente che reale. Se i due giocatori sono razionali e hanno informazione completa, entrambi sanno della possibilità e della apparente razionalità di usare entrambi la strategia "pan per focaccia". Senza bisogno di parlarsi, possono mandarsi segnali attraverso il proprio comportamento e verificare, con un costo limitato, quanto l'altro condivida la propria visione di come si dovrebbe giocare.

Le difficoltà nascono piuttosto dal fatto che il periodo da cui conviene passare ad NC, se non dipende da N, dipende però dalla probabilità che si dà, nella versione originaria, al fatto che l'altro giocatore possa essere del tipo "pan per focaccia", nella versione ora

---

<sup>32</sup> Un risultato simile, ma usando una costruzione diversa, è ottenuto da Radner (1980). Sapendo che la razionalità impedisce di raggiungere il risultato preferito, invece di mirare ad esso, i giocatori mirano a un risultato "soddisfacente".

in esame, dalla probabilità che continui a rispettare l'accordo. Si sa che non lo rispetterà dalla mano  $M - n'$  in avanti ma, dal momento che si sa quale mossa verrà fatta da quel momento in poi, quale che sia il comportamento tenuto nelle mani precedenti, giocare la mano  $M - n' - 1$  diventa giocare un dilemma del prigioniero non ripetuto. Questo mette in moto il processo di induzione all'indietro, rendendo inefficaci sia la promessa, sia la minaccia che la sosteneva.

### 5.3. Alcuni problemi sulla razionalità

Alla luce di questi problemi, occorre ora ritornare sulla rilevanza del concetto di equilibrio e sull'argomento strettamente connesso della scelta del tipo di razionalità e di ragioni da usare per decidere il proprio comportamento in condizioni di gioco. Il problema della rilevanza può essere posto in maniera icastica. Tutto quello che si è scritto nel cap. 4 dice effettivamente qualcosa su come si deve comportare un giocatore, su come deve scegliere la propria strategia?

Naturalmente non si intende qui attirare l'attenzione sui problemi di possibile non esistenza di una soluzione o di un equilibrio; si dà anzi per scontato che tanto soluzioni quanto equilibri esistano. Neppure si vuole insistere sulla possibile non unicità delle soluzioni e degli equilibri, un problema che è molto più rilevante in un contesto di gioco che non nei problemi di scelta in condizioni di certezza e di incertezza esaminati in precedenza,<sup>33</sup> anche se la eventuale non unicità richiederà particolare attenzione.

Quel che ci si chiede è più radicale. Perché un giocatore dovrebbe essere interessato alla soluzione o anche all'equilibrio del gioco che sta effettuando? In altre parole, perché soluzioni od equilibri di un gioco dovrebbero essere considerati situazioni di particolare interesse?

Queste domande hanno due aspetti. Il primo può essere descritto in questa maniera. Sapere che, per il gioco che sta effettuando, esiste un equilibrio, eventualmente sapere che esiste un unico equilibrio, è una ragione sufficiente per adottare una, o addirittura la, stra-

---

<sup>33</sup> Vedete il perché di questa affermazione, almeno nel caso in cui le preferenze siano complete?

tegia di equilibrio? Ciò che si sosterrà è che, se il giocatore è razionale in senso sostanziale, questa razionalità può distruggere le ragioni per giocare una strategia di quel tipo e, d'altra parte, quando esistono più strategie di equilibrio, può non essere sufficiente a determinare quale comportamento tenere.

Per vedere il secondo aspetto si noti che nella costruzione dell'equilibrio è necessario usare l'ipotesi di razionalità sostanziale ma, se è vero ciò che si è appena detto, la razionalità sostanziale può sia rendere dubbia la sensatezza di giocare la strategia di equilibrio, sia essere insufficiente per determinare il comportamento da tenere. Nel caso del dilemma del prigioniero ripetuto un numero determinato di volte, e questo è solo un esempio, sembra che la razionalità sostanziale condanni il giocatore a un risultato peggiore di quello che potrebbe raggiungere se si comportasse in maniera incompatibile con essa, e, volendo comunque preservare la razionalità, se usasse una razionalità di tipo diverso.

L'interrogativo che ci si pone è se esistano giustificazioni per l'uso della razionalità sostanziale quando si hanno delle alternative ad essa, e quali alternative, e quali argomenti a favore di razionalità alternative si possano fornire. Come si vedrà, questi due aspetti sono variamente interconnessi e non completamente scindibili l'uno dall'altro ma, per chiarezza, è opportuno presentarli separatamente. Si comincerà qui dal primo.

#### **5.4. Corrosività ed insufficienza della razionalità sostanziale**

Esiste una classe, invero piuttosto ristretta, di giochi che non pongono problemi di sorta, come ad esempio, quello dei peschi e delle api o quello del dilemma del prigioniero non ripetuto. Hanno tutti un equilibrio unico in strategie dominanti ma è facile vedere che non è questa la loro caratteristica distintiva. Ciò che è importante è che, in questi particolari casi, ciò che è razionale fare per ciascuno non dipende da ciò che l'altro ha deciso di fare, ed in particolare dal fatto che l'altro sia razionale o meno e dal tipo di razionalità che lo guida, al punto che non è neppure necessario, ed al limite potrebbe essere fonte di problemi, che i giocatori sappiano come è fatta la matrice dei pagamenti per quanto riguarda l'altro.



Equilibrio unico in strategie dominanti è una condizione necessaria ma non sufficiente per eliminare i problemi che si vogliono discutere. Ad esempio, non sono sufficienti per giochi come quello del dilemma del prigioniero finito, per quello del millepiedi o per quello del viaggiatore.<sup>34</sup> In questi particolari giochi, l'esistenza di soluzioni razionalizzabili che dominano l'equilibrio non cooperativo nel senso di Pareto rendono molto più deboli le giustificazioni per l'uso della razionalità sostanziale.

Gli esempi sopra riportati fanno vedere che, se la razionalità sostanziale è necessaria per costruire l'equilibrio, essa impone poi di usare la strategia di equilibrio quando vi è un equilibrio unico, quali che siano le sue caratteristiche. Forse l'unico vantaggio del suo uso consiste nel fatto che, quando esistono più equilibri, permette di scegliere quale strategia mettere in atto. In particolare, gli esempi mettono in dubbio la sensatezza dell'eliminazione iterata delle strategie dominate, anche nel caso di stretta dominanza. Di nuovo, se esiste un equilibrio di questo tipo, esso deve essere unico<sup>35</sup> e determina in maniera univoca quale comportamento ciascun giocatore deve tenere se vuol essere razionale in senso sostanziale, ma richiede conoscenza della razionalità dell'altro, eventualmente conoscenza della conoscenza dell'altro, almeno per un certo numero di iterazioni, se non addirittura conoscenza comune di questa razionalità. Quel che sembra particolarmente restrittivo è che, non solo si deve conoscere la razionalità, ma si ammette un unico tipo di razionalità, quella sostanziale.

Il caso per certi versi più paradossale è quello dei giochi con equilibrio unico in strategie solo debolmente dominanti. Dal momento che vi sono più strategie non dominate, questo deve di necessità essere un equilibrio in strategie miste.

Tra quelli che rientrano in questa classe, si consideri il caso semplice del gioco pari o dispari. Esistono ragioni per un giocatore di usare la strategia d'equilibrio? Naturalmente ci sono ragioni per

---

<sup>34</sup> Vedi Basu (1994).

<sup>35</sup> Almeno essenzialmente. Se le strategie sono solo debolmente dominanti possono esistere più equilibri che sono però tra loro indifferenti per ciascuno dei giocatori. Per semplicità, questa possibilità verrà ignorata.

indurre l'avversario a credere che si utilizzi una tale strategia ma, fatta salva l'apparenza, se si crede che l'altro utilizzerà la strategia di equilibrio, utilizzare una strategia pura, giocare pari con certezza, ad esempio, o una qualunque strategia mista, per quello che importa, porta allo stesso valore atteso delle vincite dell'usare la strategia d'equilibrio e dunque è altrettanto razionale in senso sostanziale. Supporre la razionalità sostanziale dell'altro rende irrilevante la propria razionalità e quindi priva per sé la razionalità sostanziale di essere razionali in senso sostanziale. Se essere razionali in senso sostanziale non è qualcosa su cui non si ha scelta, se si deve decidere se essere razionali in senso sostanziale o meno, e magari sostenere dei costi per riuscirvi, qui non si hanno ragioni per decidere in tal senso.

Esiste la possibilità per un giocatore di verificare se l'altro ha usato la strategia d'equilibrio? Se il gioco viene giocato una sola volta,<sup>36</sup> il comportamento associato all'uso di una strategia mista e quello associato all'uso di una strategia pura sono indistinguibili, così che, anche in caso di perdita, nessuno dei due, dato lo stato delle sue conoscenze, ha ragioni per rammaricarsi della scelta fatta.

Ciò che è rilevante non è la strategia effettivamente usata, quanto la credenza su quale strategia verrà usata che viene adottata dall'altro individuo. Poiché ciò che è vero per l'uno, lo è anche per l'altro, qui si ha un caso in cui avere tutte le credenze che giustificano l'individuazione e l'uso di un equilibrio di Nash distrugge le ragioni per cui si dovrebbe giocare la strategia d'equilibrio e rende indeterminata la scelta ottimale per ciascun giocatore dal punto di vista della razionalità sostanziale.

L'esistenza di un unico equilibrio in strategie miste sembra però essere indissolubilmente legata all'idea che, almeno una volta eliminate le strategie strettamente dominate, il gioco si riduca a uno di puro conflitto, eventualmente a somma zero, in cui la razionalità sostanziale non lascia spazio ad un coordinamento cooperativo.

Molti degli esempi con più equilibri riportati nelle pagine precedenti sono di giochi a somma non nulla in cui vi sono aspetti di conflitto ma vi è anche spazio per il coordinamento e la cooperazione. Dal punto di vista di quanto la teoria in esame serve a determina-

---

<sup>36</sup> Naturalmente, la questione cambia se il gioco è ripetuto.

re quale comportamento tenere, essi pongono alcuni problemi per certi versi simili a quello indicato per il gioco del pari o dispari, per altri diversi. L'aspetto nuovo è che vi sono più equilibri e, nelle condizioni stipulate, tutti i giocatori conoscono questo fatto e sanno che gli altri hanno la stessa loro informazione.

In queste condizioni, sapere che ciascuno dispone di più di una strategia d'equilibrio vuol dire non essere in grado di ordinare le proprie strategie anche se si è convinti che l'altro giocherà una strategia d'equilibrio, dal momento che non si sa quale tra di esse sceglierà e quindi non sapere qual è una miglior risposta, qual è la strategia che è ottimale adottare. La razionalità sostanziale permette solo di escludere l'uso di strategie strettamente dominate ma non è poi in grado di delimitare ulteriormente le scelte.

Se questa situazione è conoscenza comune di entrambi i giocatori, essi possono cercare se esistono caratteristiche che pure sono conoscenza comune e che rendano la scelta di un equilibrio preferibile per entrambi alla scelta di un altro. Procedere per questa via significa, da un lato, chiedere che aumenti la quantità di informazioni di cui ciascuno dispone e che sono conoscenza comune ma, d'altro lato, ottenere dei vantaggi, almeno in determinate situazioni, anche se forse non così grandi quanto uno spererebbe.

Si consideri, ad esempio, un gioco del tipo cervo - coniglio. È facile vedere che vi sono tre equilibri e che questi equilibri possono essere ordinati nel senso di Pareto; in particolare, il vettore di strategie (caccia al cervo, caccia al cervo) domina tanto l'equilibrio associato al vettore di strategie (caccia al coniglio, caccia al coniglio) quanto l'equilibrio in strategie miste.<sup>37</sup> Poiché entrambi preferiscono il primo equilibrio, sembra naturale supporre che, anche senza accordarsi esplicitamente, si coordinino su di esso.

La solidità di questa conclusione dipende strettamente dall'ammontare di informazione comune; ad esempio, A deve conoscere la struttura del gioco, sapere che anche B la conosce e che sa che anche A conosce la struttura del gioco, e sa che A sa che B sa che A sa che ... e così via. Ma anche così, la conclusione è dubbia.

---

<sup>37</sup> Essendo il gioco simmetrico, anche il secondo ed il terzo equilibrio possono essere ordinati tra loro, ma l'ordine dipende da quali numeretti si usano per le varie situazioni descritte nella matrice dei pagamenti.

L'obiezione solita è basata sul fatto che, perché sia razionale in senso sostanziale optare per la strategia associata all'equilibrio dominante nel senso di Pareto, ciascuno deve avere sufficienti ragioni per ritenere che ciascuno scelga con certezza la strategia "caccia al cervo" e che questa certezza sia conoscenza comune. È solo la certezza sulla scelta di strategia dell'altro che giustifica scegliere con certezza la strategia indicata. Ma la razionalità sostanziale, persino quando si tratta di scegliere tra equilibri ordinabili nel senso di Pareto, non basta a dare ragioni per credere con certezza che ciascuno sceglierà la strategia in discussione. Anche in queste situazioni si ha bisogno di più della razionalità sostanziale; si ha bisogno di credenze o di fiducia su cosa l'altro farà, ma la razionalità sostanziale non sa dire nulla su quali credenze o su quanta fiducia si deve nutrire ed accordare all'altro, a parte il fatto che anche tutta l'informazione al riguardo deve essere conoscenza comune.

D'altra parte, se c'è anche una leggera incertezza, allora diventa importante andare a vedere quale risultato ottiene chi si dedica alla caccia del cervo quando l'altro devia per la caccia al coniglio, ed eventualmente tener conto dell'atteggiamento di avversione al rischio di ciascuno dei due giocatori. Nella costruzione, la strategia "caccia al coniglio" assicura un guadagno minimo maggiore di quello minimo associato alla strategia "caccia al cervo", e questo rende la prima strategia preferibile alla seconda in termini di minimizzazione del rischio, anche se questo viene misurato in base alla differenza tra i guadagni minimi garantiti.

Si noti la differenza tra questa situazione e quella associata al gioco pari o dispari: qui il problema è quello non solo di far conoscere all'altro la propria scelta di strategia, ma nel dargli addirittura motivi per essere certo che la strategia che si è detto di scegliere verrà di fatto adottata; nel caso precedente, il problema era quello di rendere l'altro incerto su ciò che si sarebbe fatto.

Ma forse il tocco più perverso sta nelle somiglianze di altri aspetti della situazione. A pari e dispari, se il primo dice al secondo: "Giocherò pari", il secondo sa che non deve fidarsi, dove il non deve fidarsi non significa che deve credere che il primo giocherà dispari, ma che deve comportarsi come se il primo non avesse parlato; da questo punto di vista, parlare o non parlare, se i giocatori sono razionali in senso sostanziale è irrilevante.

Nel gioco del cervo e del coniglio sembrerebbe che dire all'altro che si adotterà la strategia "caccia al cervo" serva ad aumentare la sicurezza dell'altro circa la scelta del primo. Ma, dato che la struttura del gioco e il modo di vederlo sono conoscenza comune, la comunicazione non cambia nulla: dopo che essa è avvenuta, il secondo sa esattamente quanto sapeva prima, ossia che è per entrambi "desiderabile" scegliere la strategia "caccia al cervo" se e solo se anche l'altro lo fa, e sa che il fatto che il primo abbia "rivelato" la propria scelta non dà più ragioni al primo di adottare effettivamente quella strategia di quante ne avesse prima di parlare perché non può incidere sulle probabilità che il primo attribuisce alla scelta di strategie del secondo dal momento che il suo parlare non può rivelare nulla al secondo che questi già non sapesse. Perché la comunicazione tra i giocatori abbia le conseguenze desiderate, occorre che essa sia in grado di incidere e modificare gli incentivi alla scelta di una strategia piuttosto che un'altra, come accadrebbe se, parlando, si mettesse in gioco il proprio onore in termini di rispetto della parola data, ossia sia in grado di "modificare" il gioco rendendo, alla fin fine, strategia dominante seguire la scelta che si è annunciata.<sup>38</sup>

Come si sospetterà, il problema diventa ancora più arduo quando gli equilibri di Nash non possono essere ordinati tra di loro. L'esempio solito è quello della battaglia dei sessi. Anche qui esistono equilibri alternativi, di cui due in strategie pure e altri in strategie miste. Anche qui, se si vuol finire in un equilibrio di Nash, il problema è scegliere quella strategia che è coerente con quella scelta dall'altro. Si noti che, a seconda di come è fatta la matrice dei pagamenti, anche se si continua a preservare la simmetria, il guadagno atteso associato all'equilibrio in strategie miste può essere inferiore, per entrambi i giocatori, a quello associato a uno qualsiasi degli equilibri in strategie pure. Coordinarsi anche qui è importante, ma è difficile almeno quanto nei casi precedenti. Ciascuno vorrebbe essere quello che dice quale strategia intende mettere in atto per indurre l'altro a coordinarsi sull'equilibrio che egli preferisce; ciò vuol dire che entrambi annunceranno quale strategia intendono seguire, ma

---

<sup>38</sup> Discutete il caso del gioco del semaforo da questo punto di vista, e non resistete alla tentazione di leggere Farrel sul Cheap talk.

annunceranno strategie che non formano un equilibrio di Nash. Di nuovo, quel che ciascuno dice finisce per essere irrilevante dal punto di vista del coordinamento.

In tutti questi casi, quanto la teoria dei giochi aiuti a decidere quale strategia adottare sembra molto dubbio. Soprattutto diventa dubbia quanto sia efficace la razionalità sostanziale nello spingere a giocare una strategia di equilibrio, anche quando questo è unico ma è in strategie miste, e a scegliere la strategia da giocare quando vi sono più equilibri.

### 5.5. Quale razionalità e quali ragioni?

Questa però è forse solo la punta dell'iceberg. Esistono buone ragioni per essere razionali in senso sostanziale, per scegliere di essere razionali in questo senso quando si hanno delle alternative?

Se la domanda sembra strana la si confronti con quella sul perché in un problema di ottimizzazione, magari vincolata, si è interessati ad arrivare alla sua soluzione, ovviamente razionale in senso sostanziale. Qui veramente la risposta è banale: se la soluzione è unica, per quanto sconsolante possa essere, se i vincoli sono molto “forti”, comportarsi in maniera diversa da quella ottimale, da quella razionale in senso sostanziale, vuol solo dire peggiorare la propria situazione.

Nel caso dei giochi, questo è vero solo in un senso peculiare. È vero che se un individuo non sta adottando una miglior risposta alle strategie adottate dagli altri, se, ma in generale solo se, le scelte degli altri restano ferme, certamente non peggiora la propria situazione se passa alla miglior risposta, in generale può anzi migliorarla; adottando una strategia che non è la miglior risposta sta, di solito, condannandosi a star peggio di come potrebbe stare, sempre supponendo invariata la strategia degli altri. Ma ciò che si può dire sul singolo giocatore è diverso da quello che si può dire per la collettività dei giocatori.

In un gioco, se un giocatore dispone di una strategia che domina strettamente tutte le altre<sup>39</sup> ed è razionale in senso sostanziale

---

<sup>39</sup> E perciò non si usa l'eliminazione iterata per arrivare ad essa.

ziale, deve giocare la strategia dominante. Quel che è interessante di questa affermazione sono le qualificazioni che essa richiede: si deve avere a che fare con un giocatore che dispone una strategia che domina strettamente tutte le altre e che vuole essere razionale in senso sostanziale.

In queste condizioni, l'affermazione sembra scontata, e certamente lo è se si considera un gioco come quello delle api e dei pesci. Eppure, basta cambiare gioco e subito molti la metterebbero in dubbio. Si consideri, ad esempio, l'unico altro gioco con soluzione in strategie strettamente dominanti tra quelli indicati nel cap. 1: il dilemma del prigioniero. Come si è visto, se entrambi i giocatori usano la propria strategia dominante, entrambi stanno peggio di come starebbero se entrambi usassero l'altra strategia. Chi obietta all'affermazione in discussione si chiede appunto se, in casi come questo, non sia razionalmente giustificabile usare la strategia dominata, in un certo senso, se sia razionale non essere razionali in senso sostanziale.

La discussione è complicata dal fatto che esistono diverse versioni di come questo interrogativo viene formulato e dal fatto che esso è stato usato per discutere questioni almeno apparentemente diverse da quelle della razionalità. Gran parte delle obiezioni sollevate con queste strategie mancano però l'obiettivo. Anche una volta respinte queste obiezioni, tenendo conto che entrambi sanno che se entrambi scelgono la strategia dominante, oltretutto strettamente dominante, entrambi stanno peggio di come starebbero se entrambi scegliessero la strategia strettamente dominata, si può ancora sostenere che la razionalità impone di scegliere la strategia dominante? Se si potesse scegliere tra essere razionali in senso sostanziale o seguire una razionalità diversa, è razionale scegliere la razionalità sostanziale?

Qui non è necessario essere specifici su cosa significhi essere razionali in senso diverso da quello sostanziale; tutto ciò che importa è che, per essere razionali in quest'altro senso, un giocatore debba adottare almeno con probabilità strettamente positiva, se non con certezza, la strategia dominata. La risposta dipende dal fatto che la razionalità del tipo di razionalità scelto da ciascuno non dipende dal tipo di razionalità scelto dell'altro. Di fatto, che l'altro sia razionale

in senso sostanziale o no, il primo deve comunque scegliere di essere razionale in senso sostanziale e dunque di adottare la strategia strettamente dominante se vuole massimizzare la realizzazione dei propri obiettivi. In questo senso la sua scelta non dipende né da ipotesi sulla razionalità dell'altro, né dalle stesse informazioni sulla matrice dei pagamenti dell'altro. Anche se il primo sapesse con certezza che l'altro sceglierà di non confessare, per lui resta ottimale confessare, anzi potrebbe forse avere qualche ragione in più per confessare rispetto al caso in cui ignorasse le scelte dell'altro.<sup>40</sup>

Da questo punto di vista, la teoria in questione determina effettivamente le scelte di ciascun giocatore se il gioco ha una soluzione ed un equilibrio di Nash unico in strategie che dominano strettamente tutte le altre. Per le ragioni che sono state indicate, questo può effettivamente essere una condanna più che una benedizione.

### 5.6. Spazi per una razionalità diversa da quella sostanziale

Sulla base di quel che si è detto, se un gioco ha un equilibrio in strategie che dominano strettamente tutte le altre, non è possibile scegliere razionalmente una strategia diversa da esse. Dal momento che o-

---

<sup>40</sup> È probabilmente questo fatto che rende ambigui i rapporti tra paradosso di Newcomb e dilemma del prigioniero. Si vuole che il paradosso di Newcomb sia nato come tentativo di analizzare il dilemma del prigioniero. Da questo punto di vista, in un certo senso, un dilemma del prigioniero è una situazione in cui ciascuno sa di essere visto dall'altro, e non può che vedere l'altro, nel ruolo del folletto che legge nel pensiero. Si può, anche in questo caso, costruire un gioco in cui i due giocatori devono decidere se essere razionali, e quindi giocare il ruolo del folletto, o essere non razionali, in questo caso, scegliere la strategia dominata e non giocare il ruolo del folletto nei confronti dell'altro; nel caso del dilemma del prigioniero, questo porta di nuovo a scegliere di essere razionali. Usare il paradosso di Newcomb per spiegare il dilemma del prigioniero sembra però far dipendere le scelte di un giocatore da ciò che pensa sull'altro giocatore, mentre, se è vero quel che si è detto sopra, in un dilemma del prigioniero le informazioni sull'altro giocatore sono irrilevanti. In un dilemma del prigioniero, si può ben desiderare di non essere razionali, ma se si è, magari perché si è scelto di essere, razionali in senso sostanziale e si sa di esserlo, non si può evitare alcuna delle conseguenze che ciò comporta.



gni informazione sull'altro giocatore è irrilevante, non si hanno né la possibilità di modificare le credenze dell'altro sull'esistenza e l'uso della propria razionalità,<sup>41</sup> né gli incentivi a farlo. Queste devono essere prese come date.

Si aprono spazi per la discussione su eventuali alternative all'uso della razionalità sostanziale quando si ha a che fare con giochi che hanno soluzione, magari addirittura in strategie strettamente dominanti, ma solo dopo l'eliminazione iterata di strategie, anche strettamente dominate. Per giustificare tale eliminazione occorre usare ipotesi sulla razionalità, eventualmente sul tipo di razionalità, dell'altro e sulla struttura della sua matrice dei pagamenti.

L'informazione sulla razionalità e sulla struttura della matrice dei pagamenti propria ed altrui è essenzialmente informazione privata e in economia si insiste spesso sui problemi che questo fatto pone, in particolare sulle possibilità che esso offre di tenere comportamenti strategici. Qui non ci si soffermerà sulle informazioni relative alle caratteristiche della matrice dei pagamenti per concentrare l'attenzione sull'informazione circa il tipo di razionalità e, più in generale, i criteri di scelta tra strategie alternative.

Quando la razionalità sostanziale porta a equilibri multipli in strategie che sono solo non dominate, la razionalità sostanziale è troppo debole per determinare univocamente quale strategia scegliere, ma, anche in questo caso, sembrerebbe che la razionalità sostanziale debba essere integrata con l'uso di altri criteri, ad esempio, ricorrendo ai "punti focali" o strumenti di comunicazione e di accordo più ricchi, più che non sostituita da altri tipi di razionalità.

Ad esempio, nei giochi a un solo stadio si è visto che ci sono situazioni in cui è importante indurre l'altro a ritenere che ci si comporterà in modo razionale, dove razionale va interpretato nel senso sopra indicato, ma una volta generata questa credenza, diventa indifferente comportarsi in quel modo o meno; nei giochi a più stadi, la possibilità di non seguire la razionalità sostanziale può venire meno dal momento che le proprie scelte possono rivelare se si sta seguendo una regola, almeno se la regola è sufficientemente "semplice".<sup>42</sup> L'e-

---

<sup>41</sup> Come del resto quelle relative alla propria matrice dei pagamenti.

<sup>42</sup> Non è semplice invece definire cosa si intende per regola semplice, ma

sempio più semplice è un gioco pari o dispari ripetuto un numero sufficiente di volte.

Questi sono casi in cui ci vogliono abbastanza mani per convincere un avversario che non si sta seguendo la razionalità sostanziale; per contro, vi sono situazioni in cui si vuole, e in alcune di esse si ha qualche possibilità di, convincere l'avversario che non si seguirà quel tipo di razionalità, almeno per qualche tempo. La possibilità di segnalare l'opzione per una razionalità diversa da quella sostanziale ha implicazioni molto importanti; in particolare, può permettere di rendere irrazionale l'uso della razionalità sostanziale per uno o entrambi i giocatori, almeno per una parte del gioco.

Gli interrogativi più interessanti nascono soprattutto quando si scopre che è proprio l'uso della razionalità sostanziale ad allontanare dall'efficienza paretiana. Poiché si ha, almeno apparentemente, una scelta sul tipo di razionalità da adottare, ci si chiede se, anche in questi casi, è razionale in senso sostanziale essere razionali in senso sostanziale potendo scegliere tra tipi diversi di razionalità.

La discussione sul dilemma del prigioniero finito mette in evidenza proprio questa possibilità. Si è sopra argomentato che, se si rimane nella logica della razionalità sostanziale, o si ha incertezza, vuoi esogenamente data, vuoi, se possibile, generata endogenamente da almeno un giocatore attraverso il proprio comportamento, pur disponendo di regole di comportamento apparentemente utili e sensate, come il "pan per focaccia", si è condannati a seguire la razionalità sostanziale e raggiungere uno stato molto lontano da quelli efficienti in senso paretiano che lo dominano.

Un esempio tipico è quello del cosiddetto gioco del millepiedi. Nella versione canonica, il gioco viene effettuato da due giocatori, con l'intervento di un terzo agente che però non è un giocatore. Il terzo deve tenere un comportamento prefissato e non ha scelte; da un certo punto di vista, riveste un po' il ruolo del vecchio filantropo nel paradosso di Newcomb, privato però della possibilità e della necessità di leggere nel pensiero dei giocatori.

---

un'idea si può averla leggendo il capitolo di Binmore sui giochi giocati da automi.

Costui annuncia che il gioco potrà andare avanti al massimo per  $n$  mani, dove  $n$  è un numero qualsiasi, meglio se grande, ma finito; ma quante mani verranno effettivamente giocate dipende da quali scelte faranno i due giocatori. I due giocatori verranno chiamati a decidere a turno, ad esempio, nelle mani dispari decide il giocatore 1, in quelle pari il giocatore 2. Ad ogni mano, il terzo benefico dà 1 euro al giocatore di turno e questi ha due scelte: troncare il gioco tenendosi i soldi ricevuti fino a quel momento più l'euro appena dato dal terzo, oppure farlo continuare tenendosi solo i soldi che si avevano prima di questa decisione e cedendo all'altro giocatore l'euro lire che ha appena ricevuto dal terzo. Se il gioco viene fatto continuare, l'altro giocatore, oltre l'euro che gli è dato il giocatore che ha passato la mano, riceve a sua volta dal terzo 1 euro e ha la possibilità di troncare il gioco, tenendosi l'euro che gli ha dato il primo, più l'euro che gli ha dato il terzo, oltre quelle che ha accumulato fino a quel momento, oppure far continuare il gioco tenendosi solo l'euro avuto dal giocatore che ha passato la mano e cedendo l'altro addizionale aggiunto dal terzo, e così via.

Se i due giocatori partono con 0 euro, al primo stadio il primo giocatore riceve 1 euro; se tronca il gioco, lui finisce con 1 euro in tasca e l'altro con 0 lire. Se decide di farlo continuare, il giocatore 1 dà l'euro che ha ricevuto al giocatore 2 e 2 riceve 1 altro euro dal terzo e deve decidere se troncare il gioco o farlo continuare. Se lo tronca, il giocatore 2 si ritrova con duemila lire e il primo con niente; se decide di farlo continuare, il giocatore 2 si tiene 1 euro, dà 1 euro all'altro. In quest'ultimo caso, il giocatore 1 riceve 1 euro dal giocatore 2 e 1 euro dal terzo; se decide di troncare il gioco, si ritrova con duemila lire, il giocatore 2 con 1 euro; se decide di far continuare il gioco, 1 si tiene 1 euro, dà 1 euro a 2, che riceve un altro euro dal terzo. Se 2 decide di troncare il gioco a questo punto, egli si ritrova con 3 euro, 1 con 1 euro; se decide di continuarlo, tiene 2 euro, dà 1 euro all'altro, che aggiunge questo euro e l'euro che il terzo immette alle mille che già aveva, raggiungendo tremila lire e deve decidere se troncare il gioco o farlo continuare. Se il gioco arriva alla mano  $n$ , chi viene chiamato a giocare ha solo due alternative: tenersi l'euro che il terzo immette nel gioco, o dare questo euro all'altro. La rap-

presentazione in forma estesa di questo gioco è molto semplice e viene riportata nella fig. 2.

1	2	3	4	5	6
1	0	2	1	3	2
0	2	1	3	2	4

	$N-5$	$N-4$	$N-3$	$N-2$	$N-1$	$N$	$\frac{N+1}{2}$
							$\frac{N}{2}$
	$\frac{N-2}{2}$	$\frac{N-3}{2}$	$\frac{N-1}{2}$	$\frac{N-2}{2}$	$\frac{N}{2}$	$\frac{N-1}{2}$	
	$\frac{N-3}{2}$	$\frac{N-1}{2}$	$\frac{N-2}{2}$	$\frac{N}{2}$	$\frac{N-1}{2}$	$\frac{N+1}{2}$	

Fig. 2

È ovvio che, quanto più il gioco dura, tanto più i guadagni dei due giocatori aumentano; quel che rende perverso il gioco è che aumentano ogni due mani, mentre diminuisce da una mano a quella immediatamente successiva: se il gioco viene troncato dall'altro nella mano immediatamente seguente, si finisce per avere 1 euro in meno di quante se ne avrebbero avuti se non si fosse passata la mano all'altro. Si dimostra che la soluzione razionale in senso sostanziale, se tutti e due sono razionali in senso sostanziale e questa razionalità è conoscenza comune, è quella che richiede al primo di troncare il gioco alla prima mano.

La ragione è molto semplice. Entrambi sanno chi giocherà l'ultima mano e, sapendo che è razionale, sanno che sceglierà di

prendere l'ultimo euro fornito dal terzo filantropo e non di dare quest'euro all'altro. Sanno perciò che se si arrivasse alla penultima mano, il giocatore di turno, sapendo della razionalità dell'altro e di ciò che la razionalità richiede a quest'ultimo di fare se si arrivasse all'ultima mano, essendo razionale, preferirà troncare il gioco e non passare la mano. Sanno allora che se si arrivasse alla terzultima mano, sapendo che si è razionali si sa cosa si farebbe se si arrivasse alla penultima mano, ma si sa che questo è noto anche all'altro, ed essendo questi razionale, si sa che sceglierà di troncare il gioco alla penultima mano, se ci si arrivasse, sa perciò che per lui è razionale troncare il gioco alla terzultima mano e non passare la mano all'altro.

Di passo in passo, questo processo di induzione all'indietro porta alla conclusione che occorre troncare il gioco alla prima occasione che si abbia di farlo, e dunque, che il primo giocatore deve troncare il gioco già alla prima mano. È facile vedere che questo è l'equilibrio perfetto nei sottogiochi del caso in esame.

Il problema maggiore di questo ragionamento sta nel fatto che tutto viene fatto dipendere da quello un agente razionale in senso sostanziale farebbe allo stadio  $2 \leq n \leq N$ , tenendo conto del fatto che anche l'altro agente è razionale in senso sostanziale, quando la razionalità sostanziale nega che un tale stadio verrà raggiunto, ossia dipendo da quello che si farebbe in uno stadio che non ci sarà. Se la si raggiungesse, l'ipotesi di razionalità sostanziale verrebbe falsificata per almeno un agente e si dovrebbe supporre che un agente che si è comportato in maniera irrazionale fino a un certo stadio, improvvisamente diventi razionale o, nella migliore delle ipotesi, cambi il tipo di razionalità impiegata senza fornire alcuna spiegazione per tale cambiamento.

Ma, anche a parte questo, la conclusione può suonare irrazionale, dal momento che induce i due giocatori a rinunciare ad un guadagno potenziale grande a piacere, pur di prendere  $n$  sufficientemente grande; di fatto, negli esperimenti con giocatori veri, praticamente nessuno gioca la strategia "razionale", ma i due giocatori si passano la mano, accumulando denaro, "fin quasi" allo mano  $n$ . Questo fatto può essere interpretato come la dimostrazione che la quasi totalità dell'universo dei giocatori è irrazionale, ma una simile conclusione sarebbe azzardata.

Come si vede, questo è caso per molti aspetti quasi del tutto analogo a quello di un dilemma del prigioniero ripetuto un numero finito di volte. Vi sono naturalmente delle differenze. Una è che i due giocatori devono decidere simultaneamente se giocare la strategia cooperativa (nell'esempio, non confessare o cooperare a seconda della versione che si usa) o quella non cooperativa (confessare o non cooperare). Un'altra sta nel fatto che la non cooperazione non tronca il gioco: supporre di raggiungere uno stadio  $2 \leq n \leq N$  non comporta la contraddizione che si è messa in evidenza per il millepiedi.

Resta vero che in ogni mano in cui la strategia non cooperativa viene usata da entrambi i giocatori, entrambi ottengono un guadagno inferiore a quello che avrebbero ottenuto giocando entrambi quella cooperativa; se poi si considera la singola mano, la non cooperazione è una strategia strettamente dominante.

Sia per il millepiedi, sia per il dilemma finito, la possibilità di parlarsi, di prendere accordi, è irrilevante dal punto di vista del comportamento razionale.<sup>43</sup> Se potessero parlarsi, data la struttura del gioco sanno che ciascuno assicurerebbe all'altro di aver deciso di passare sempre la mano, nel gioco del millepiedi, o di giocare sempre cooperativo, nel dilemma ripetuto. Entrambi sanno che, chiunque sia colui che fa questa promessa, se è razionale non potrà mantenerla nell'ultima mano e dunque essa non potrà essere considerata credibile. Infatti, sapendo che l'altro è razionale, ciascuno sa che se la parola data venisse rispettata, chi la rispetta dovrebbe dare per scontato il fatto che nella mano fatidica l'altro userà la strategia non cooperativa, troncherà il gioco o confesserà, a seconda del gioco, perché questo è ciò che la razionalità gli chiede di fare, e perciò sa che, se vuol essere razionale in senso sostanziale dovrà troncargli il gioco nella mano precedente venendo meno alla promessa; di conseguenza, fare la promessa o è irrazionale, il che è incompatibile con l'ipotesi che entrambi siano razionali in senso sostanziale, sappiano che l'altro è razionale e sa che sanno che sono razionali, sempre in senso sostanziale, o non ha alcuna credibilità.

---

<sup>43</sup> A meno che il parlare non sia il dare la propria parola d'onore e all'essere uomo d'onore si dia abbastanza importanza. Ma, come si è già detto, in questo caso non si è più in presenza dei giochi che si sono presentati ma di giochi diversi.

In entrambi i giochi, non solo non è possibile fare promesse, neppure è possibile fare minacce di ritorsione. Nel millepiedi, il massimo è quello di minacciare di troncare il gioco, ma in una mano successiva a quella in cui l'altro l'ha già troncato. Nel dilemma finito, non possono minacciare credibilmente nulla di più della non cooperazione dal momento che non è possibile promettere credibilmente nulla di più, e la non cooperazione è esattamente la strategia che è ottimale adottare se si è razionali in senso sostanziale, quindi è il comportamento che ci si aspetta che verrà tenuto comunque.

Come nel caso del gioco del millepiedi, pure nel dilemma del prigioniero ripetuto anche un numero non molto grande di volte, il comportamento osservato sperimentalmente differisce da quello "razionale", che vuole la non cooperazione fin dal primo stadio; in genere, i giocatori usano la strategia cooperativa "fin quasi" all'ultima mano del gioco.

Vi sono molti modi di attaccare la soluzione "razionale" e di difendere il comportamento "irrazionale" solitamente osservato. Quello classico utilizza la quantità di informazione e la lunghezza del ragionamento che occorre impiegare per arrivare ad individuare la soluzione razionale. Una delle possibili strategie è quella di porre vincoli sulla quantità di informazione che si è in grado di impiegare e sul numero di "passi" che si è capaci di fare nel ragionamento; se vi sono limiti nella quantità di informazioni e nella quantità di stadi che si possono considerare simultaneamente, non si è in grado di partire dalla fine e risalire alla prima mano, almeno quando il numero di mani è sufficientemente grande; di conseguenza, alla prima mano non si è in grado di conoscere la strategia ottimale. Questa è la strada della razionalità limitata, che però non è particolarmente convincente in questo contesto; di fatto quello che si finisce per escludere non è tanto la quantità di informazione e la complicazione del ragionamento, quanto l'uso di un'operazione logica, come l'induzione, che non sembra particolarmente difficile nel caso in esame.

Analizzando il dilemma finito, si è discusso l'effetto di limitazioni dell'informazione, non tanto però nella sua quantità, quanto nella sua qualità, introducendo incertezza sulla razionalità dell'altro. Si è esaminato il caso in cui ciascuno dei due giocatori sappia di essere razionale in senso sostanziale, ma almeno uno dei due sappia

che l'altro è razionale in senso sostanziale con una probabilità anche molto grande ma non con certezza, e sappia che questa sua incertezza sulle qualità dell'altro è conosciuta dall'altro ed è conoscenza comune ad entrambi. Un ragionamento simile può essere applicato al millepiedi, forse con meno problemi dal momento che i tipi di irrazionalità possibili sono più limitati, arrivando alla conclusione che si passerà la mano "fin quasi" alla fine del gioco, ove il "fin quasi" può essere reso abbastanza preciso.

Come si è detto, quando si va per questa via, l'incertezza sulla razionalità dell'altro deve essere generata esogenamente e, come si è detto, occorre fare delle ipotesi su qual è il tipo di irrazionalità o di limitazioni alle capacità di calcolo e agli algoritmi disponibili che caratterizza l'altro. Un'impostazione che endogenizza l'incertezza e porta agli stessi risultati, ma che non pare sia mai stata rigorosamente sviluppata, e da questo punto di vista non è del tutto affidabile, si basa su un ragionamento diverso.

Si può supporre che un individuo sia "costretto" ad essere razionale in senso sostanziale, intendendo che non ha altre alternative a quel criterio di decisione e di scelta, e non ha alternative rispetto allo scegliere il comportamento che quel tipo di razionalità impone. Sembra però più sensato supporre che comportarsi razionalmente in senso sostanziale sia una scelta, e se si è razionali, sia una scelta razionale. Da un certo punto di vista, essere razionali in questo senso vuol dire scegliere di adottare non più una delle azioni alternative disponibili ma una procedura di decisione, e si vuole che la scelta della procedura sia razionale in senso sostanziale.

Adottare questa impostazione significa affiancare al gioco osservato, un meta-gioco, non direttamente osservabile, analizzato e risolto privatamente da ciascun agente, in cui le alternative sono costituite da regole di scelta da adottare per decidere come comportarsi nel gioco osservato. Sarà solo osservando il comportamento nel gioco osservato che si potrà eventualmente dedurre quale regola si sia scelta come strategia ottimale nel meta-gioco. Quel che si vuole è che la razionalità sostanziale sia imposta sulla soluzione data al meta-gioco, mentre si ammette che il comportamento adottato come conseguenza nel gioco osservato possa essere diverso da quello che l'applicazione diretta della razionalità sostanziale imporrebbe.

È importante però preservare la razionalità del comportamen-



to determinato dalla regola adottata e una condizione necessaria per questo è che possa essere coerentemente applicata in tutti gli stadi del gioco. Nel caso del millepiedi, ad esempio, una strategia “passare sempre la mano” ha ovvi problemi di giustificazione in termini di razionalità. Impone un comportamento irrazionale al giocatore che muove nell’ultima e nella penultima mano. Se si vuol salvare la razionalità negli stadi finali, si introduce un’incoerenza tra gli stadi in cui si è adottata la regola “passare sempre la mano” e quelli in cui si adotta quella che impone “usa la razionalità sostanziale”, quando i due tipi di regole impongono comportamenti diversi. È il momento in cui si manifesta questa incoerenza quello da cui il processo di induzione all’indietro comincia ad operare.

La regola che si intende considerare nel meta-gioco come alternativa all’uso diretto della razionalità sostanziale nel gioco osservato è quella della ragionevolezza. Si dirà che A adotta una strategia *ragionevole* nel gioco osservato se, associata alla miglior risposta ad essa da parte di B, porta al risultato preferito da A tra tutti quelli raggiungibili.

Se si ritorna al millepiedi, è facile vedere perché si usa il termine ragionevole. Nel gioco, esiste un conflitto di interessi tra i due giocatori assieme a ragioni di cooperazione. La cooperazione può continuare fino a quando non si decide di affrontare il conflitto di interessi e risolverlo, troncando il gioco quando se ne ha la possibilità. La soluzione di equilibrio perfetto nei sottogiochi dice di affrontare subito il conflitto e risolverlo troncando il gioco appena se ne ha la possibilità. La strategia suggerita dalla ragionevolezza è quella di rimandare il più possibile la soluzione del conflitto, e perciò di scegliere di passare la mano, fin quando questo è giustificato dalla ragionevolezza, lucrando così i guadagni che questo rinvio permette ad entrambi i giocatori.

Si noti che la ragionevolezza non dice di passare sempre la mano: per il giocatore che muove per ultimo, a quello stadio dice di troncare il gioco e dice di troncare il gioco anche a chi muove alla penultima mano. Non c’è perciò incoerenza per il giocatore ragionevole nel cambiare dall’adozione della mossa “passa la mano” in uno stadio a “tronca il gioco” in uno successivo: entrambe le decisioni sono compatibili con la ragionevolezza. Ma, risalendo all’indietro, si

deve raggiungere uno stadio in cui la ragionevolezza dichiara indifferente troncare il gioco o passare la mano, rendendo incerto, per l'altro giocatore lo stadio da cui deve partire per usare l'induzione all'indietro, in cui anche per lui, la ragionevolezza dice di troncare il gioco. La durata del gioco diventa dunque indeterminata, cosa cancella la perfezione nei sottogiochi della strategia che prevede di troncare il gioco appena se ne ha la possibilità.

La situazione sarebbe del tutto analoga in un dilemma finito in presenza di una minaccia del tipo: "dallo stadio successivo a quello in cui tu giochi non cooperativo, io giocherò sempre non cooperativo fino alla fine delle mani". Si vedrà più avanti che, se  $N$  è sufficientemente grande, la minaccia estrema non è intelligente, sostanzialmente per gli stessi motivi esaminati per il caso di ripetizione infinita ma, per semplicità, ci si limiti per ora a questa ipotesi. Giocare NC, in un certo senso, tronca la cooperazione. Anche qui  $v$ 'è un conflitto: si vorrebbe essere quelli che la troncano, ma giusto la mano prima a quella in cui l'altro ha deciso di farlo. Rimandare l'affrontare e risolvere il conflitto è nell'interesse di entrambi, correndo però il rischio di essere traditi prima.

Anche in questo caso, la ragionevolezza non dice sempre di giocare C nel gioco osservato: arrivati all'ultima mano e nel caso di un dilemma non ripetuto, la ragionevolezza dice di giocare NC.<sup>44</sup> Passare da C ad NC non implica incoerenza nell'uso dei criteri di decisione, a differenza di quanto accadeva nelle situazioni esaminate nelle pagine precedenti e, da questo punto di vista, è compatibile con la razionalità.<sup>45</sup> Come nel caso precedente, risalendo all'indietro, si deve raggiungere uno stadio in cui la ragionevolezza dichiara indiffe-

---

<sup>44</sup> Anche se suggerisce lo stesso comportamento suggerito dall'applicazione diretta della razionalità sostanziale al dilemma non ripetuto, lo fa per ragioni e in condizioni diverse. L'applicazione diretta della razionalità sostanziale rende irrilevante sapere qualcosa su come è fatta la matrice dei pagamenti per l'altro giocatore; l'uso della ragionevolezza, invece, la richiede. Scoprire se la non cooperazione è il risultato dell'applicazione diretta della razionalità o invece della ragionevolezza può essere difficile.

<sup>45</sup> Una strategia come quella del "pan per focaccia" non gode di questa proprietà, perché suggerisce un comportamento irrazionale almeno nell'ultima mano del gioco.

rente usare C od NC, rendendo così indeterminata la durata effettiva delle ripetizioni e incerto il momento da cui eventualmente applicare l'induzione all'indietro.

Se  $N \geq 2$ , la ragionevolezza dice di adottare la strategia coopera sempre. La miglior risposta a questa strategia per l'altro giocatore è quella di cooperare sempre fino all'ultima mano, quando deve giocare NC. Chi usa la ragionevolezza dà per scontato questo fatto. La giustificazione principale della ragionevolezza è quella di imporre a chi la usa di non usare l'induzione all'indietro e se A, ad esempio, non usa questo tipo di induzione, diventa irrazionale per B usarla. Quando B, all'ultimo stadio, adotta NC, non lo fa basandosi sull'induzione, non lo fa perché usa l'eliminazione iterata delle strategie dominate, ma semplicemente perché è quello che sia la razionalità sostanziale, sia la ragionevolezza chiedono di fare.

Si consideri ora il meta-gioco in cui i due agenti hanno l'alternativa tra adottare la ragionevolezza (Rag), usare la miglior risposta alla ragionevolezza dell'altro, quella che verrà detta la strategia accomodante (Acc), o, infine, applicare direttamente al gioco osservato la razionalità sostanziale (RazDir). Se viene applicata al meta-gioco, quale alternativa viene indicata dalla razionalità sostanziale?

Si supponga di essere al primo stadio di un gioco osservato di durata N. È facile costruire la matrice dei pagamenti e individuare i guadagni per ciascuno dei due agenti associati ai comportamenti nel gioco osservato ad ogni coppia di scelte possibili.

Si sia al momento 0 e di dover decidere il comportamento da tenere a partire dalla prima mano del gioco, quando  $N \geq 2$ . Usare la ragionevolezza impone di giocare sempre C nel gioco osservato; se entrambi la usano, ciascuno ha un guadagno potenziale di  $2N$ . Se il primo usa la ragionevolezza, mentre il secondo usa la miglior risposta ad essa, così che il primo adotta la strategia "coopera sempre" mentre il secondo adotta quella di cooperare sempre, tranne nell'ultima mano in cui gioca NC, i guadagni potenziali del primo sono pari a  $2(N-1)$  mentre quelli del secondo sono pari a  $2N+1$ . Se entrambi usano la strategia accomodante, e quindi giocano C fino alla penultima mano del gioco osservato e NC nell'ultima, ciascuno realizza guadagni potenziali pari  $2N-1$ . Se il primo parte con la stra-

tegia ragionevole o accomodante, e gioca C nella mano in corso, ma il secondo usa RazDir è gioca subito NC, anche il primo, dalla mano successiva e fino alla fine userà NC, così che i loro guadagni saranno pari a  $N - 1$  e  $N + 2$ , rispettivamente. Infine, se entrambi usano RazDir fin dalla prima mano, ciascuno otterrà un guadagno pari ad  $N$ .

La matrice dei pagamenti viene riportata qui di seguito.

A/B	Rag	Acc	RazDir
Rag	$2N ; 2N$	$2(N-1); 2N + 1$	$N - 1 ; N + 2$
Acc	$2N+1; 2(N-1)$	$2N - 1; 2N - 1$	$N - 1 ; N + 2$
RazDir	$N + 2 ; N - 1$	$N + 2 ; N - 1$	$N ; N$

Se la scelta fosse limitata a Rag e Acc, Acc sarebbe la soluzione in strategie dominanti. Quel che è importate è il fatto che entrambe le strategie implicano l'uso di C in tutte le mani, tranne che eventualmente nell'ultima. Nel gioco osservato, le scelte effettuate nel meta-gioco non sono perciò distinguibili, almeno fin quasi alla fine del gioco. Se si lascia indeterminata o si rinvia la scelta tra Rag e Acc, per  $N \geq 3$ , il meta-gioco ha la struttura di quello del daino e del coniglio. Anche se (Rag; Rag) domina nel senso di Pareto (RazDir; RazDir), la strategia Rag non domina, neppure in senso debole la strategia RazDir.<sup>46</sup> Il gioco, come si è visto, ha due equilibri in strategie pure, (Rag-Acc; Rag-Acc) e (RazDir; RazDir), col primo che domina nel senso di Pareto il secondo, ed un equilibrio in strategie miste, in cui la probabilità con cui si deve scegliere Rag-Acc è tanto più alta quanto maggiore è la differenza tra  $2N - 1$  ed  $N$ ,<sup>47</sup> cioè tanto maggiore è il numero di mani ancora da giocare.<sup>48</sup>

Se si applica la razionalità sostanziale nel meta-gioco, essendoci più equilibri di Nash, questa non è in grado di dire quale scelta debba essere fatta, per le ragioni già discusse. Si può portare un ar-

<sup>46</sup> Le due strategie non sono quindi direttamente comparabili, essendo la relazione di dominanza incompleta.

<sup>47</sup> Vale a dire,  $N - 1$ .

<sup>48</sup> Si noti, per inciso, che, per  $N \rightarrow \infty$ , questa probabilità tende ad 1, così che il caso di ripetizione infinita diventerebbe il limite del caso di ripetizione finita quando le ripetizioni crescono all'infinito.

gomento intuitivo a favore dell'equilibrio dominante nel senso di Pareto. Giocare la strategia Rag-Acc significa esporsi al rischio di perdere 1 rispetto all'equilibrio in cui entrambi usano RazDir, nella speranza di un potenziale guadagno pari ad  $N - 1$ , quindi esporsi ad un rischio limitato a fronte di un potenziale guadagno che è tanto maggiore quanto più grande è  $N$ .

Si supponga ora di essere all'inizio della mano  $1 \leq n \leq N - 3$ . Non cambia nulla di sostanziale rispetto a quanto si è detto sopra, salvo sostituire  $N$  con  $N - n$  nella matrice dei pagamenti. Naturalmente, man mano che  $n$  cresce, usare la strategia Rag-Acc espone sempre allo stesso rischio di perdere 1, ma a fronte di un guadagno sperato futuro via via più piccolo.<sup>49</sup> Ancora quando restano solo 3 mani da giocare, l'equilibrio (Rag-Acc; Rag-Acc) resta indifferente a (RazDir; RazDir), anche se non lo domina più nel senso di Pareto. Per  $N = 2$ , Giocare Rag significa esporsi ad un rischio di perdita di 1, nella speranza di guadagnare 1 in più, se l'altro persiste nella strategia Acc. Dal punto di vista della ragionevolezza, giocare C od NC diventano indifferenti. Solo se si dà per scontato che non si userà la strategia coopera sempre il gioco degenera in un dilemma del prigioniero e si giocherà NC, ma per arrivare a questa certezza bisogna usare l'induzione all'indietro.

All'epoca 0, ciascun giocatore deve decidere nel meta-gioco quale strategia adottare sapendo però che quella non è l'unica decisione da prendere, poiché deve simultaneamente decidere come giocare una successione di giochi, ciascuno con una durata di una mano in meno rispetto al precedente, che parte con una struttura come quella del daino e del coniglio e degenera gradualmente in un dilemma del prigioniero a 2 soli stadi ed infine in un dilemma del prigioniero non ripetuto. Da un punto di vista formale, però, non cambia gran che. Le alternative sono sempre giocare la successioni di giochi sulla base della ragionevolezza, usando una strategia accomodante o applicando direttamente a ciascun gioco osservabile nella successione in esame la razionalità sostanziale. Di nuovo si avrebbe a che fare con una successione che parte con giochi che hanno la strut-

---

<sup>49</sup> Nella strategia mista, si giocherà Rag-Acc con una probabilità sempre più bassa.

tura del daino e del coniglio per degenerare gradualmente in dilemmi del prigioniero non ripetuto.

Resta poi un ultimo problema. Introdurre il meta-gioco è chiedersi se si possa scegliere la regola da adottare per giocare un gioco. Ci si può chiedere se, quando si accetta questo passo, non si avvii un processo di regresso all'infinito, ossia se non si debbano discutere le regole per la scelta delle regole da adottare per decidere il proprio comportamento nel gioco osservato, un meta-gioco di livello 2, e poi le regole per decidere le regole per decidere le regole da adottare per giocare il gioco osservato, un meta-gioco di livello 3, e così via all'infinito. Il processo sembra avere una naturale fine già al livello 2. Scegliere di giocare in maniera ragionevole il meta-gioco di livello 2 implica scegliere la ragionevolezza come soluzione del meta-gioco di livello 1. Applicare la razionalità sostanziale al meta-gioco di livello 1 lascia invece del tutto indeterminato se si debba optare per uno degli equilibri in strategie pure, (Rag-Acc; Rag-Acc) o (RazDir; RazDir), oppure per quello in strategie miste e, per  $N > 3$ , la ragionevolezza esce vincente in termini di guadagni attesi.

Se si accetta che la ragionevolezza sia una, se non la, soluzione razionale in senso sostanziale del meta-gioco sulla scelta della regola di decisione della strategia da adottare nel gioco osservato, si può poi indagare su quale sia la miglior minaccia da usare a suo sostegno. Mentre annunciare la strategia che si seguirà nel gioco osservato, così come la regola di scelta adottata come soluzione del meta-gioco possono essere irrilevanti, dal momento che non aggiungono nulla a quanto entrambi i giocatori sanno e sanno di sapere, annunciare quale minaccia si intenda adottare, quale punizione si intende applicare in caso di deviazione da parte dell'altro dalla strategia cooperativa nel gioco osservato è molto importante in giochi come quello del dilemma del prigioniero finito.<sup>50</sup> Per le ragioni già indicate in precedenza, la minaccia estrema è irrazionale ma, anche a parte ciò, porterebbe a violare la ragionevolezza se la si dovesse applicare. Anche in questo caso, è sufficiente adottare la punizione giusto sufficiente, e questa punizione consente di ritornare a giocare cooperativo dopo un

---

<sup>50</sup> Non nel caso del millepiedi, per ovvie ragioni.

numero di mani finito senza perdita di credibilità da parte di chi la applica. Inoltre, sempre per le ragioni già fornite, è interesse di colui che è stato tradito applicarla, cosa che rende superflua la gerarchia di minacce di punizione di chi non ha punito, chi ..., ecc.

Se si fa tendere  $N$  ad infinito, si vede che l'insieme degli equilibri non cooperativi finisce per coincidere con quello previsto dal *Folk Theorem* per il caso di ripetizione infinita.

## Riferimenti bibliografici

- Arrow K. J. (1963) *Individual values and social choice*, Wiley, New York, I ed. 1953
- Arrow K. J. - Debreu G. (1954) "Existence of an equilibrium for a competitive economy", *Econometrica*, vol. 22
- Aumann R. (1990) Nash equilibria are not self-enforcing, in Gab-szewicz J. J. - Richard J.-F. - Wolsey L. A. (a cura di) *Economic Decision-making: Games, econometrics and optimization*, Lausanne: Elsevier Science Publishers
- Axelrod R. (1990) *The evolution of cooperation*, Penguin Books, London
- Basu K. (1994) The traveller's dilemma: paradoxes of rationality in game theory, *American Economic Review*, 84(2), 391-95
- Binmore K. (1992) *Fun and games*, Lexington: D. C. Heath and Co.
- Binmore K. (1994) (1998) *Game theory and the social contract*, vol. 1, *Playing fair*; vol. 2, *Playing just*, MIT Press, Cambridge, Mass.
- Crawford W. P. - Haller H. (1990) Learning how to cooperate: optimal play in repeated coordination games, *Econometrica*, vol. 58
- Farrel J. - Rabin M. (1996) "Cheap talk", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 10
- Gibbard A. (1973) "Manipulation of voting schemes: a general result", *Econometrica*, vol. 41
- Gibbard A. (1993) *Wise choices, apt feelings*, Oxford University Press, Oxford
- Gilboa I. (2009) *Theory of decision under uncertainty*, Cambridge University Press, Cambridge
- Hart O. - Moore J. (1990) "Property rights and the nature of the firm", *Journal of Political Economy*, vol. 98
- Hurwicz L. (1986) "Incentive aspects and decentralization", in Arrow K. J. - Intriligator M. D. (a cura di) *Handbook of mathematical economics*, North-Holland, Amsterdam
- Kreps D. M., Milgrom P. R., Roberts J., Wilson R. (1982) Rational cooperation in the finitely repeated prisoners' dilemma, *Journal of Economic Theory*, vol. 27(2), pp. 245-52



- Kuhn H. W. (1968) "Simplicial approximation of fixed points", in *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States*, vol. 61
- Maynard Smith J. (1982) *Evolution and the theory of games*, New York: Cambridge University Press
- Osborne M. J. - Rubinstein A. (1994) *A course in game theory*, MIT Press, Cambridge
- Radner R. (1980) Collusive behaviour in non-cooperative  $\varepsilon$ -equilibria of oligopolies with long but finite life, *Journal of Economic Theory*, 22(2), pp. 136-154
- Reny P. J. (1992) Rationality in extensive form games, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 6, n. 4, pp. 103-18
- Reny P. J. (1995) Rational behaviour in extensive form games, *Canadian Journal of Economics*, vol. XXVIII, n. 1, pp. 1-16
- Satterthwaite M. A. (1975) "Strategy-proofness and Arrow's conditions", *Journal of Economic Theory*, vol. 10
- Scarf H. (1985) "On the computation of equilibrium prices", in Scarf H. - Shoven J. B. (a cura di) *Applied general equilibrium analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, Mass.
- Sen A. K. (1970) "The impossibility of a Paretian liberal", *Journal of Political Economy*, vol. 78
- Sen A. K. (1986) "Social choice theory", in Arrow K. J. - Intriligator M. D. (a cura di) *Handbook of mathematical economics*, North-Holland, Amsterdam
- von Neumann J. - Morgenstern O. (1947) *Theory of games and economic behaviour*, Princeton: Princeton University Press



Finito di stampare  
nel mese di dicembre 2011  
da Gi&Gi srl - Triuggio (MB)

ISBN 978-88-343-2228-4



9 788834 322284 >